



主讲人：李宁

# INS/GPS组合导航系统

**INS和GPS的组合模式：重调法，松组合，紧组合**

- **INS/GPS松组合导航系统**
- **INS/GPS紧组合导航系统**

# 利用卡尔曼滤波解决组合导航问题

- (1) 选取状态量（直接法、间接法），列写状态方程
- (2) 选取量测量，列写量测方程
- (3) 连续系统离散化
- (4) 利用卡尔曼滤波方程递推估计出状态
- (5) 利用估计出的状态得到导航参数（输出校正、反馈校正）

# INS/GPS松组合导航系统

## ➤ (1) 选取状态量（间接法），列写状态方程

选择状态变量为： $x = [\delta\varphi, \delta\lambda, \delta V_E, \delta V_N, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]^T$

在船用惯性导航系统的使用中，通过对常值陀螺漂移的补偿，但随机漂移的影响依然存在，可以对陀螺随机漂移进行有色噪声建模，再对卡尔曼滤波进行状态扩充来处理。这样，在对系统输出作最优估计的同时，还可对随机的漂移进行估计和补偿，从而提高惯导系统本身的精度。

考虑陀螺随机漂移时，用一阶马尔可夫过程对其状态进行描述：

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= -\beta_g \varepsilon_x + \omega_{gx} \\ \dot{\varepsilon}_y &= -\beta_g \varepsilon_y + \omega_{gy} \\ \dot{\varepsilon}_z &= -\beta_g \varepsilon_z + \omega_{gz} \end{aligned} \right\}$$

# INS/GPS组合导航系统

## (1) 选取状态量（间接法），列写状态方程

组合系统的状态方程可以描述为:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t)$$

$10 \times 1 \qquad 10 \times 10 \qquad 10 \times 1 \qquad 10 \times 1$

$$\delta\dot{\varphi} = \frac{1}{R} \delta V_N$$

$$\delta\dot{\lambda} = \frac{V_E}{R} \delta\varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \sec \varphi + \frac{1}{R} \sec \varphi \delta V_E$$

$$\delta\dot{V}_E = \left( 2\Omega_{ie} \cos \varphi \cdot V_N + \frac{1}{R} V_E V_N \sec^2 \varphi \right) \delta\varphi + \frac{1}{R} V_N \operatorname{tg} \varphi \delta V_E$$
$$+ (2\Omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta V_N + \frac{1}{R} V_E \operatorname{tg} \varphi \cdot \delta V_N) + \gamma \cdot A_y - \beta g$$

$$\delta\dot{V}_N = \left( -2\Omega_{ie} \cos \varphi \cdot V_E - \frac{V_E^2}{R} \sec^2 \varphi \right) \delta\varphi + \alpha \cdot g - \gamma \cdot A_x + \left( -2\Omega_{ie} \sin \varphi - 2 \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) \delta V_E$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{\delta V_N}{R} - \left( \Omega_{ie} \cos \varphi + \frac{V_E}{R} \right) \cdot \gamma + \left( \Omega_{ie} \sin \varphi + \frac{V_E}{R} \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \beta + \varepsilon_x$$

$$\dot{\beta} = -\Omega_{ie} \sin \varphi \cdot \delta\varphi + \frac{1}{R} \delta V_E - \left( \Omega_{ie} \sin \varphi + \frac{1}{R} V_E \operatorname{tg} \varphi \right) \cdot \alpha - \frac{V_N}{R} \cdot \gamma + \varepsilon_y$$

$$\dot{\gamma} = \left( \Omega_{ie} \cos \varphi + \frac{V_E}{R} \sec^2 \varphi \right) \delta\varphi + \frac{1}{R} \operatorname{tg} \varphi \delta V_E + \frac{V_N}{R} \beta + \left( \Omega_{ie} \cos \varphi + \frac{V_E}{R} \right) \cdot \alpha + \varepsilon_z$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= -\beta_g \varepsilon_x + \omega_{gx} \\ \dot{\varepsilon}_y &= -\beta_g \varepsilon_y + \omega_{gy} \\ \dot{\varepsilon}_z &= -\beta_g \varepsilon_z + \omega_{gz} \end{aligned} \right\}$$

# INS/GPS松组合导航系统

## ➤ (2) 选取量测量，列写量测方程

量测量选取为两个导航系统关于同一导航参数的差值（间接法）

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_p(t) \\ \dots \\ z_v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_I - \varphi_G \\ \lambda_I - \lambda_G \\ \dots \\ v_{ZX} - v_{GX} \\ v_{ZY} - v_{GY} \end{bmatrix}$$

$$\text{其中INS:} \begin{cases} \varphi_I = \varphi + \delta\varphi \\ \lambda_I = \lambda + \delta\lambda \\ v_{IX} = v_x + \delta v_x \\ v_{IY} = v_y + \delta v_y \end{cases} \quad \text{GPS:} \begin{cases} \varphi_G = \varphi + n_\varphi \\ \lambda_G = \lambda + n_\lambda \\ v_{GX} = v_x + n_x \\ v_{GY} = v_y + n_y \end{cases}$$

$$Z(t) = \begin{bmatrix} \delta\varphi - n_\varphi \\ \delta\lambda - n_\lambda \\ \delta v_x - n_x \\ \delta v_y - n_y \end{bmatrix}$$

$$Z(t) = H(t)x(t) + V(t)$$

$4 \times 1$        $4 \times 10$        $10 \times 1$        $4 \times 1$

$$H(t) = [I_{4 \times 4} \quad 0_{4 \times 6}]_{4 \times 10}$$

$$V(t) = [-n_\varphi \quad -n_\lambda \quad -n_x \quad -n_y]_{4 \times 1}^T$$

# INS/GPS松组合导航系统

## ○ (3) 连续系统离散化

$$x(t_k) = [I + F(t_{k-1})\Delta t]x(t_{k-1}) + G(t_{k-1})\Delta tW(t_{k-1})$$

$$Z(t_k) = H(t_k)x(t_k) + V(t_k)$$



$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k-1}W_{k-1} \\ Z_k = H_kX_k + V_k \end{cases}$$

# INS/GPS组合导航系统

- (4) 应用离散kalman滤波进行状态估计
  - ①一步预测；
  - ②一步预测协方差阵；
  - ③滤波增益；
  - ④滤波计算；
  - ⑤滤波误差协方差阵
- (5) 利用输出校正或反馈校正修正惯导输出导航参数

# INS/GPS紧组合导航系统

## (1) 选取状态量（间接法），列写状态方程

采用GPS伪距误差为观测量，因此需对GPS接收机的时钟偏差进行估计。时钟偏差用一阶马尔可夫过程描述：

于是，选择状态变量为：

$$x = [\delta\varphi, \delta\lambda, \delta V_E, \delta V_N, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta t_u]^T = [x_{INS} \quad x_{GPS}]^T$$

组合系统的状态方程可以描述为：

$$\dot{x}(t) = F(t) \cdot x(t) + w(t)$$

其中，

$$F(t) = \begin{bmatrix} F_{INS}(t) & 0 \\ 0 & F_{GPS}(t) \end{bmatrix}_{11 \times 11}$$

# INS/GPS紧组合导航系统

## ➤ (2) 选取量测量，列写量测方程

$$Z = \delta\rho = \rho_I^i - \rho_G^i$$

GPS伪距表达式为:

$$\rho_G^i = [(x - x_s^i)^2 + (y - y_s^i)^2 + (z - z_s^i)^2]^{\frac{1}{2}} + cdt_u + v_i$$

$cdt_u$  为GPS接收机时钟偏差等效的距离误差， $v_i$  为测量白噪声

INS的等效伪距为:

$$\begin{aligned}\rho_I^i &= [(X_I - x_s^i)^2 + (Y_I - y_s^i)^2 + (Z_I - z_s^i)^2]^{\frac{1}{2}} \\ &= [(x - x_s^i)^2 + (y - y_s^i)^2 + (z - z_s^i)^2]^{\frac{1}{2}} + e_{i1}\delta x + e_{i2}\delta y + e_{i3}\delta z\end{aligned}$$

# INS/GPS紧组合导航系统

## ➤ (2) 选取量测量，列写量测方程

其中

$$e_{i1} = \frac{\partial \rho^i}{\partial x} = \frac{x - x_s^i}{r^i} \quad e_{i2} = \frac{\partial \rho^i}{\partial y} = \frac{y - y_s^i}{r^i} \quad e_{i3} = \frac{\partial \rho^i}{\partial z} = \frac{z - z_s^i}{r^i}$$

$$r^i = [(x - x_s^i)^2 + (y - y_s^i)^2 + (z - z_s^i)^2]^{\frac{1}{2}}$$

可导出伪距误差方程：

$$\delta \rho^i = e_{i1} \delta x + e_{i2} \delta y + e_{i3} \delta z + c dt_u + v_i$$

# INS/GPS紧组合导航系统

## ➤ (2) 选取量测量，列写量测方程

不考虑舰船高度时,观测方程为: 
$$z(t) = \begin{bmatrix} \rho_I^1 - \rho_G^1 \\ \rho_I^2 - \rho_G^2 \\ \rho_I^3 - \rho_G^3 \end{bmatrix}$$

把伪距误差  $\delta\rho$  表示成经纬度坐标系中的位置误差  $\delta\varphi$ 、 $\delta\lambda$  的函数  
有下式成立:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \\ c_{31} & c_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \\ e_{i3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} -R \sin \varphi \cos \lambda & -R \sin \varphi \sin \lambda \\ -R \sin \varphi \sin \lambda & R \cos \varphi \cos \lambda \\ R \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$z(t) = H(t)x(t) + v(t) \quad H(t) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \mathbf{0}_{3 \times 8} & c \\ c_{21} & c_{22} & & c \\ c_{31} & c_{32} & & c \end{bmatrix}$$

# INS/GPS紧组合导航系统

- (3) 连续系统离散化
- (4) 应用离散kalman滤波进行状态估计
- (5) 利用输出校正或反馈校正修正惯导输出导航参数

# 利用卡尔曼滤波解决组合导航问题

- (1) 选取状态量（直接法、间接法），列写状态方程
- (2) 选取量测量，列写量测方程
- (3) 连续系统离散化
- (4) 利用卡尔曼滤波方程递推估计出状态
- (5) 利用估计出的状态得到导航参数（输出校正、反馈校正）

谢谢！