



上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

课程：船舶流体力学

主讲人：万德成

章节：第2章 流体静力学

内容：2.2 静压力的概念、特性和测量方法

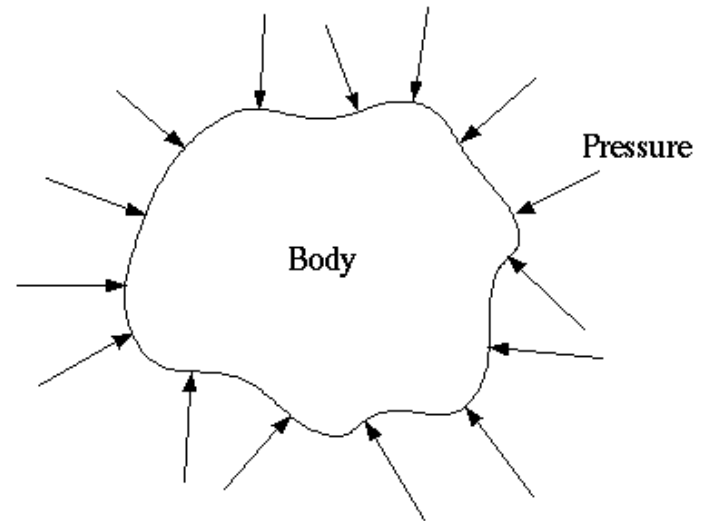


静压力概念

根据之前学习的内容：**压力是一种表面力**，总是指向作用面的**内法线方向**

压力单位定义为1平方米上的单位作用力，在公制单位中，压力又可表述成“帕斯卡” **或 N/m^2**

标准大气压为101.3 kPa

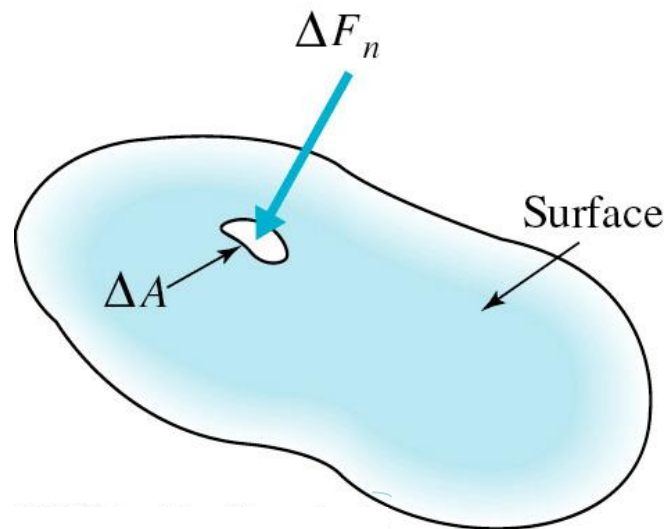




静压力概念

压力通常被定义为：
$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A}$$

这里 ΔF_n 为作用于表面微元 ΔA 的法向压力





静压力概念

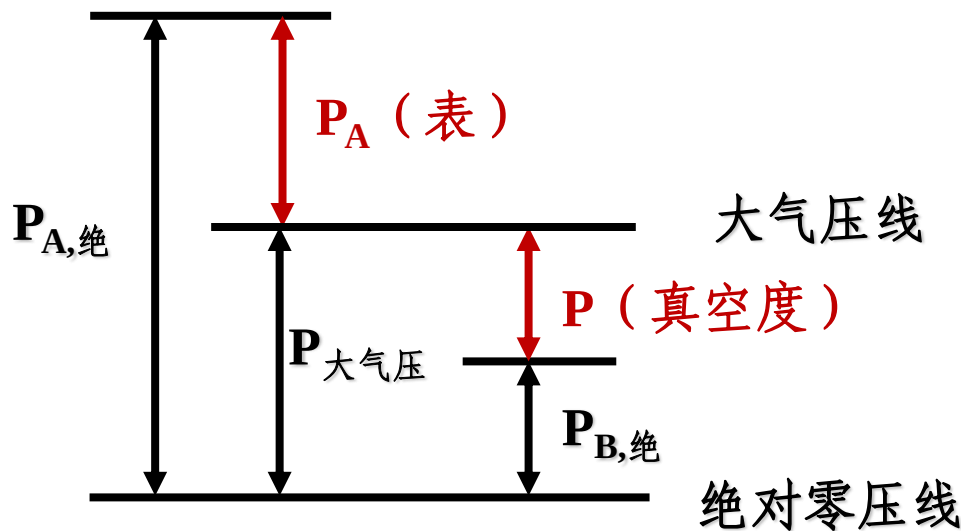
回顾上一章内容：压力有两种不同的表达形式

绝压 --- 以绝对零压作为基准

表压 --- 以当地大气压为基准

表压强 = 绝对压力 - 大气压力

真空度 = 大气压力 - 绝对压力



绝压、表压及真空度
之间的关系

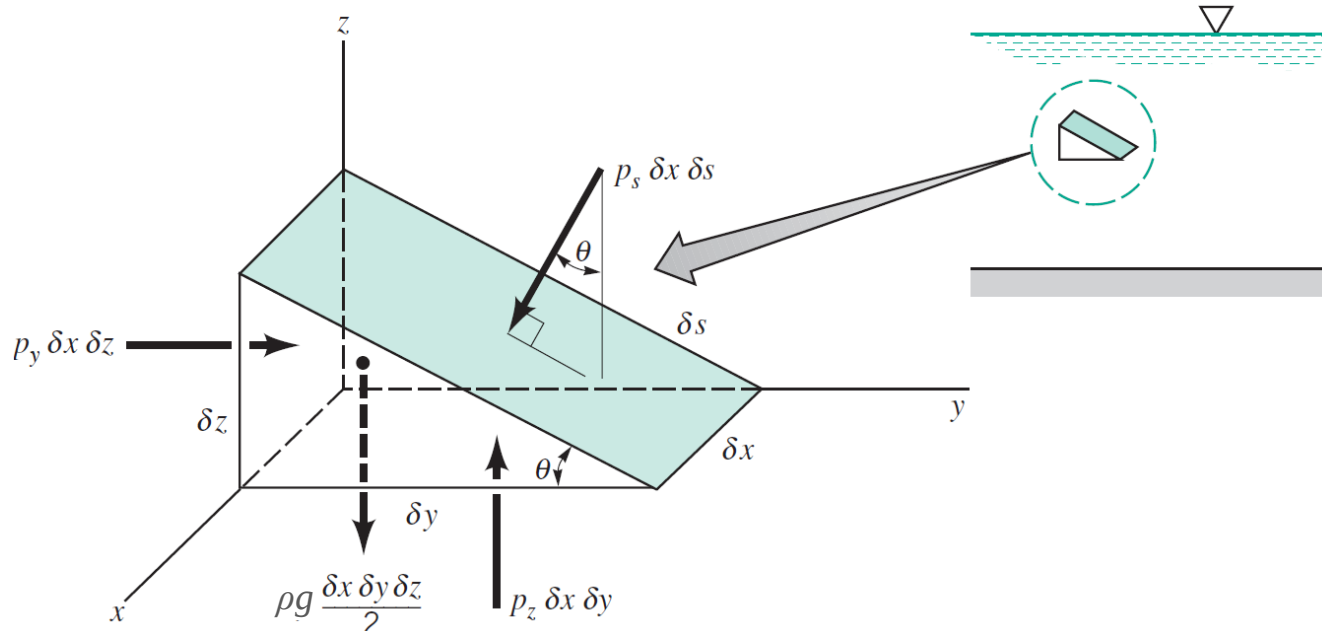


静压力概念

根据静止流体中任一微小三角楔形体的受力平衡，可以证明在任何楔形角 θ 下，楔形体三个面上的压力均相等

$$p_s = p_y = p_z$$

(与倾角 θ 无关)

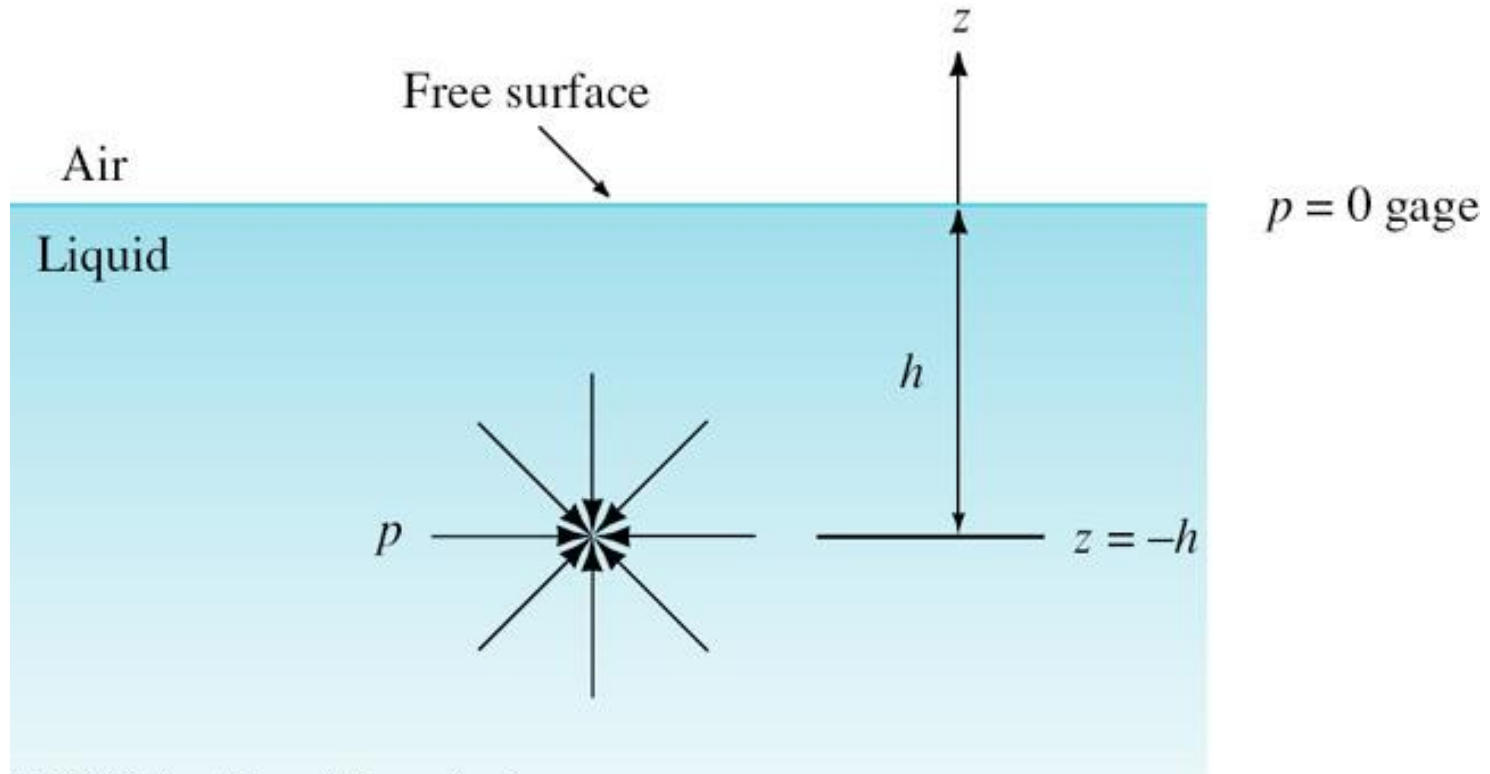


结果表明只要不存在剪切应力，静止流体中任一点处的压力均与方向无关，这就是重要的**Pascal定理**



静压力概念

流场中某一点处的压力在各个方向上都具有相同的大小，这被称为各向同性。

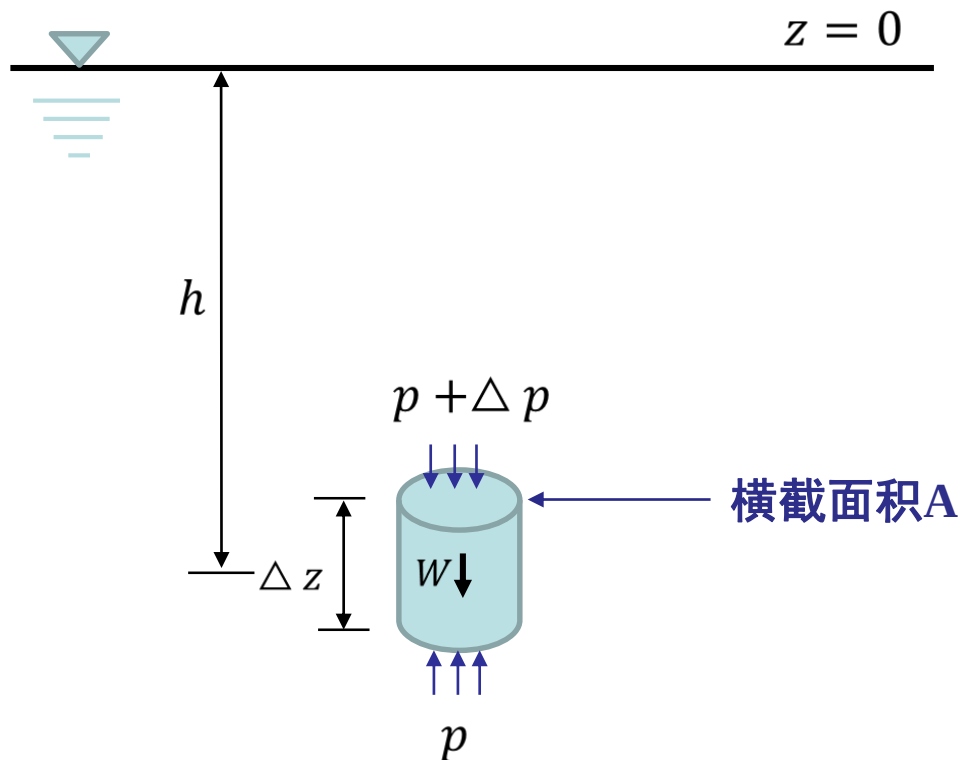




静压力随深度的变化规律

以一个在液体中处于平衡状态的小圆柱体为例,考虑深度为 $z=-h$ 处压力的变化:

其中 z 轴正向垂直向上, 并假设 $z=0$ 位于液体自由面处。





静压力随深度的变化规律

根据力的平衡：

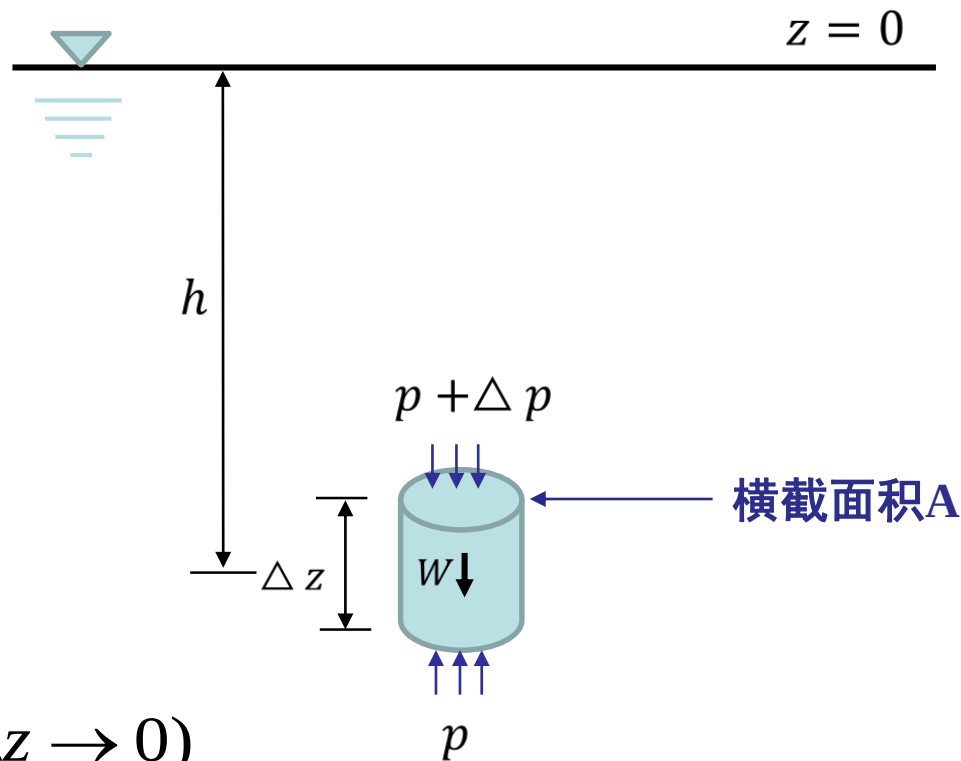
$$(p + \Delta p)A + W = pA$$

$$\Rightarrow \Delta pA + \rho g A \Delta z = 0$$

$$\Rightarrow \Delta p = -\rho g \Delta z$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$\text{or} \quad \frac{dp}{dz} = -\gamma \quad (\text{as } \Delta z \rightarrow 0)$$



由此可见，流体静压力以液体比重 $\gamma = \rho g$ 为斜率随深度线性增加



静压力随深度的变化规律

均质流体： ρ 是常数。

简单整合上面的等式，应用积分形式的压力方程：

$$\int dp = -\int \rho g dz \quad \Rightarrow \quad p = -\rho g z + C$$

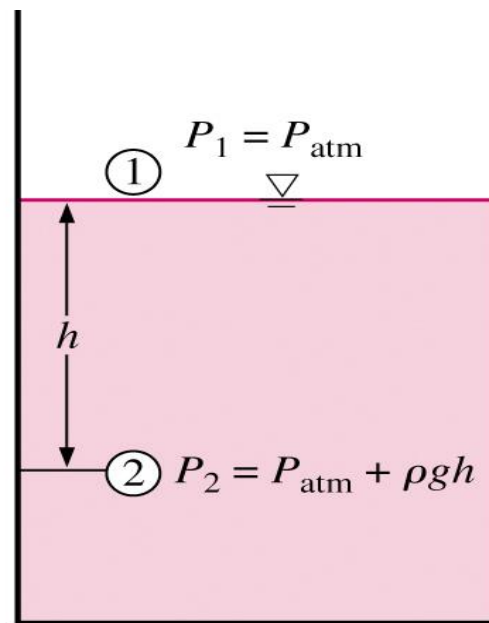
其中， C 是积分常数。且当 $z = 0$ (自由面)时,有：

$$p = C = p_0 \text{ (大气压)。因此,}$$

$$p = -\rho g z + p_0$$

上述等式表明，当密度恒定时，静止流体中的压力随距自由面的深度线性增加。

这个关系式称为**流体静力学方程**





静压力随深度的变化规律

对于密度为常数的流体：

$$p_{\text{below}} = p_{\text{above}} + \rho g |\Delta z|$$

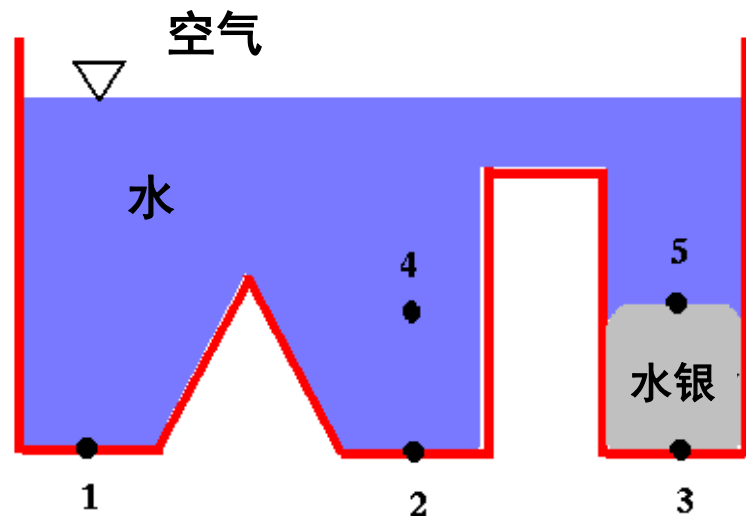
当潜水员下潜时，他的耳朵感受到的压力会增大。由此表明，水深越大，压力越大。



两点间的静压力差

由上述方程可以得出几个规律：

1) 如果能够在同一流体中绘制出一条连接点1和点2的连续线，则当 $z_1 = z_2$ 时， $p_1 = p_2$



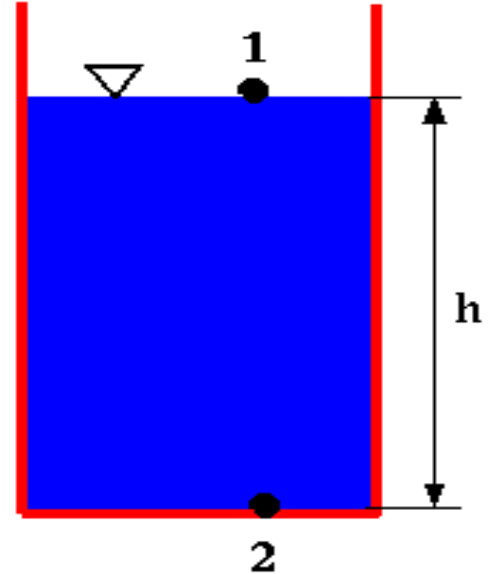
例如，在一个形状奇特的容器中，根据上述规则， $p_1 = p_2$ 且 $p_4 = p_5$ ，原因是这些点位于同一流体中且处在相同高度。然而， p_2 与 p_3 同样处于相同的高度，但两者并不相等，因为无法在同一流体中绘制出连接这两点的线。事实上， p_2 小于 p_3 ，因为水银密度比水的大。



两点间的静压力差

2) 任何敞开在大气中的自由液面处的压力均为大气压力 p_0

(该规则不仅适用于静水压力，也适用于敞开在大气中的任何自由液面，且无论该液面是移动的，静止的，平坦的还是略微弯曲的)



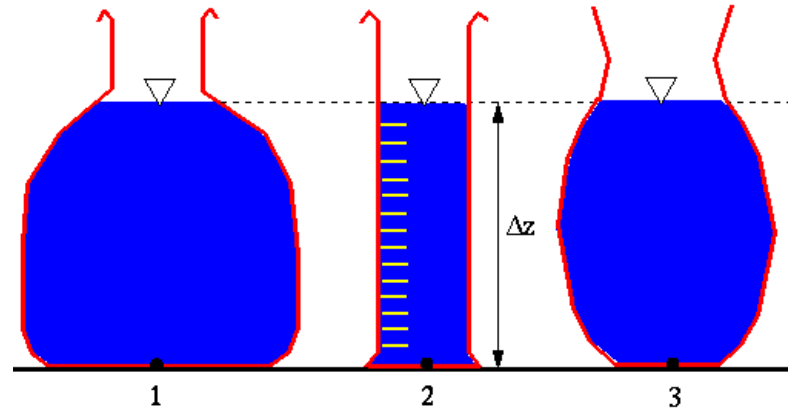
以一个容器中的静止流体为例:由于点1在自由面处, 所以 $p_1 = p_0$ 。另外, 利用流体静力学方程可求得点2处的压力: $p_2 = p_0 + \rho gh$ (绝对压力) 或 $p_2 = \rho gh$ (表压)



两点间的静压力差

3) 静压力与容器形状无关

(不适用于直径很小的管子，表面张力作用不可忽略)



观察右图中装有水的三个容器：

乍一看，点3处的压力似乎比点1或点2的压力更大，因为水的重量在底部的小区域更“集中”；然而实际上，这三个点处的压力完全相同。

利用流体静力学方程即可证实这一结论，相同液体内的压力主要和作用点的深度或液面高度 Δz 有关：

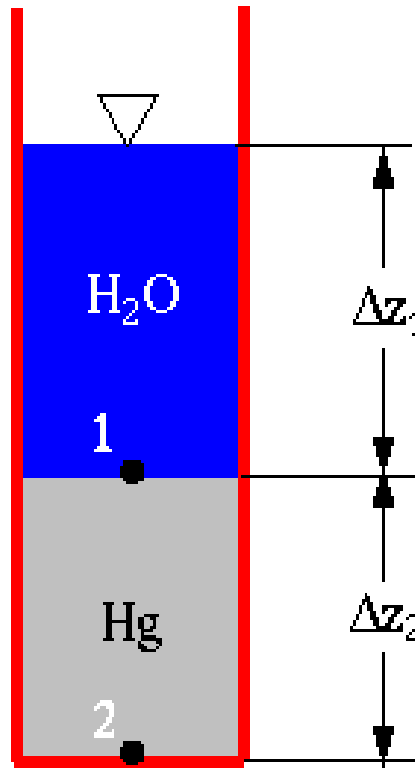
$$p_{\text{below}} = p_{\text{above}} + \rho g |\Delta z| \Rightarrow p_1 = p_2 = p_3 = p_0 + \rho g \Delta z$$



两点间的静压力差

4) 分层流体中的静压力

例如，考虑下图中装有两层液体的容器，该容器最下一层为水银，上部分液体为水：





两点间的静压力差

对每种液体都使用一次流体静力学方程，可以得到该容器内的压力分布

$$p_{\text{below}} = p_{\text{above}} + \rho g |\Delta z|$$

$$\Rightarrow p_1 = p_0 + \rho_{\text{water}} g \Delta z_1, \quad p_2 = p_1 + \rho_{\text{mercury}} g \Delta z_2$$

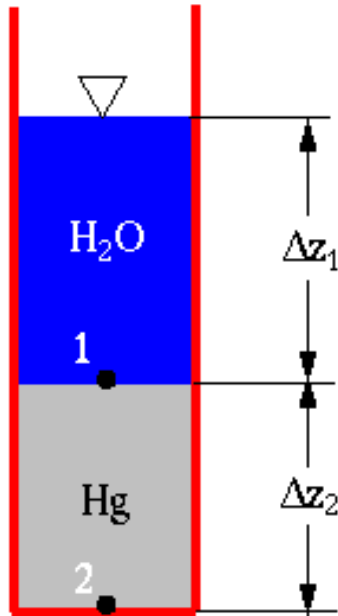
$$\text{则 } p_2 = p_0 + \rho_{\text{water}} g \Delta z_1 + \rho_{\text{mercury}} g \Delta z_2$$

上式右侧显示的是两层流体中压力随深度的分布，其中大气压力用表压表示时等于零，即 $p_0=0$ ，则 $p_2 = \rho_{\text{water}} g \Delta z_1 + \rho_{\text{mercury}} g \Delta z_2$

水和水银连接界面处的压力是连续的，即水柱底部的压力就是水银柱顶部的起始压力。



两点间的静压力差



$$p_1 = \rho_{\text{water}} g \Delta z_1$$
$$p_2 = \rho_{\text{mercury}} g \Delta z_2 + p_1$$



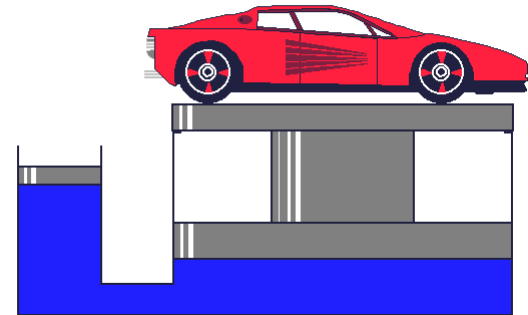
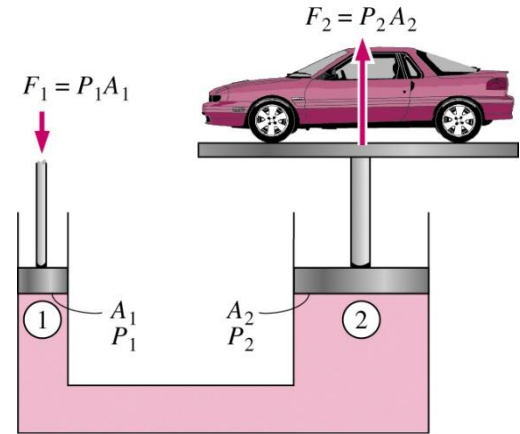
两点间的静压力差

根据**Pascal定理**和**流体静力学方程**:

在同一流体中，某一点处压力的增加会通过流体的传递导致和该流体中与其相同高度的其它点处压力也增加相同的数值。

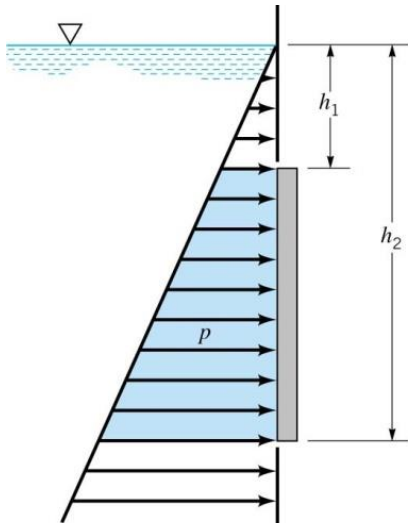
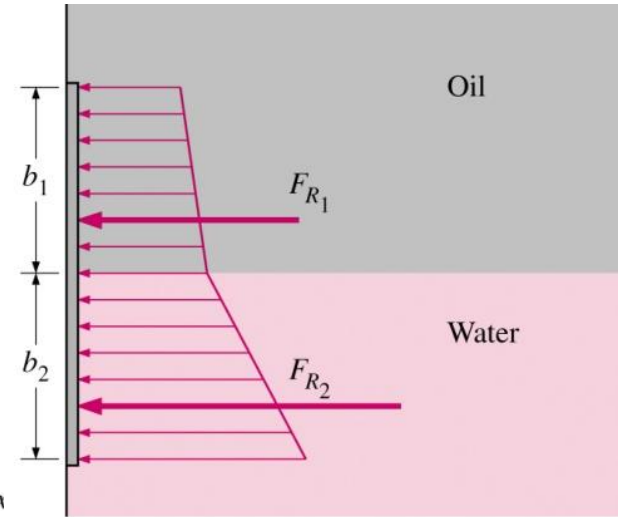
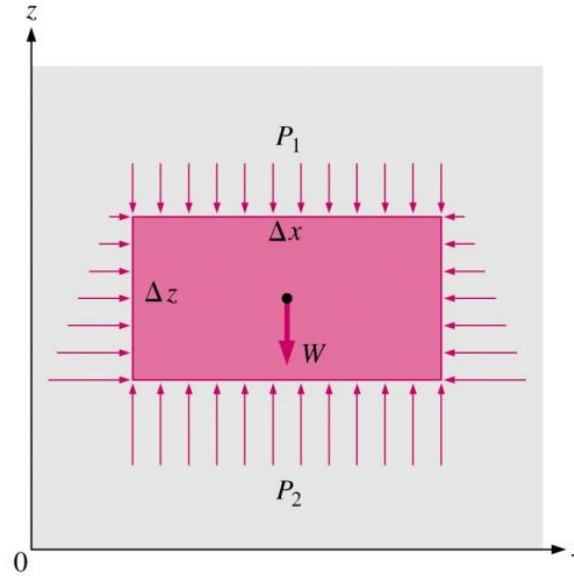
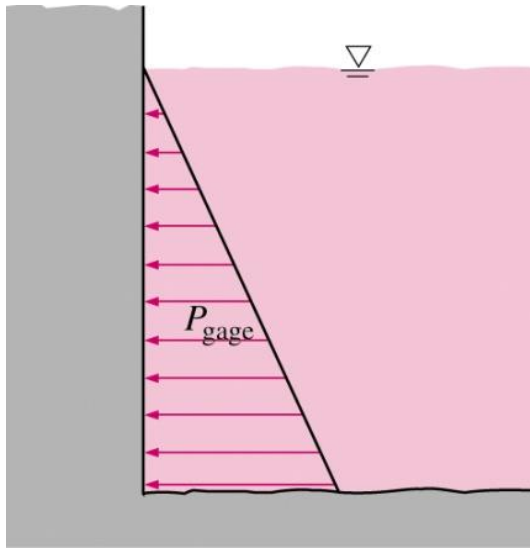
这一规律具有重要的应用意义，可以利用液压提升重物，比如液压千斤顶

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

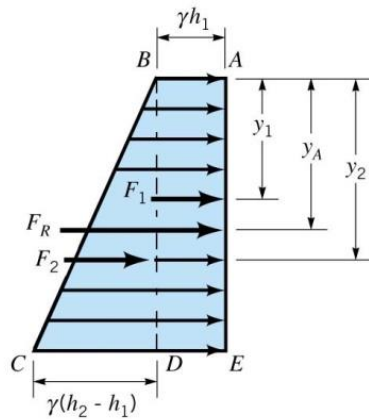




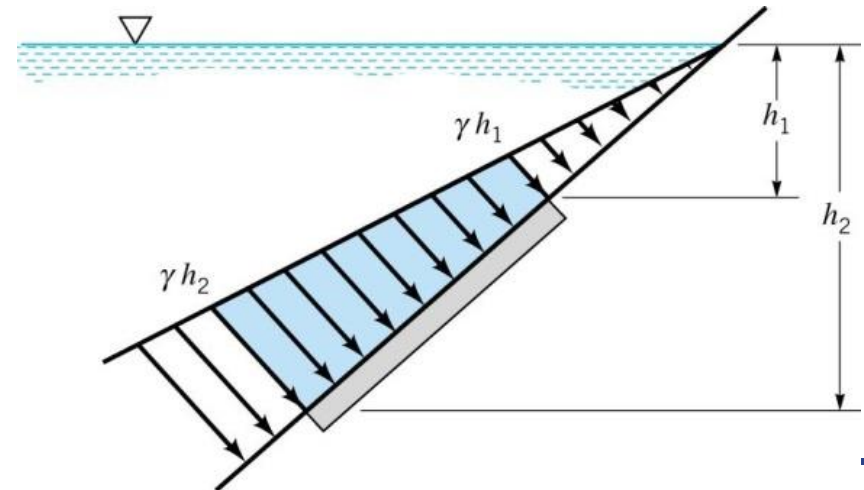
1) 平板上的压力分布



(a)



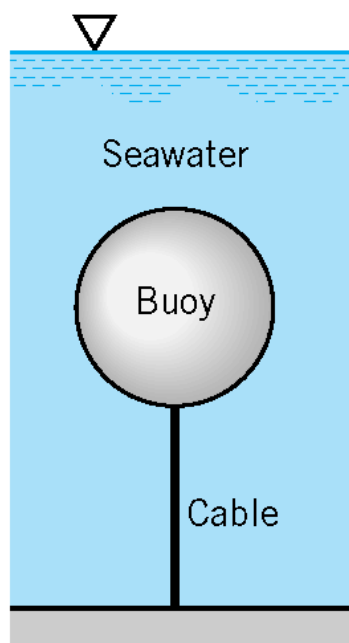
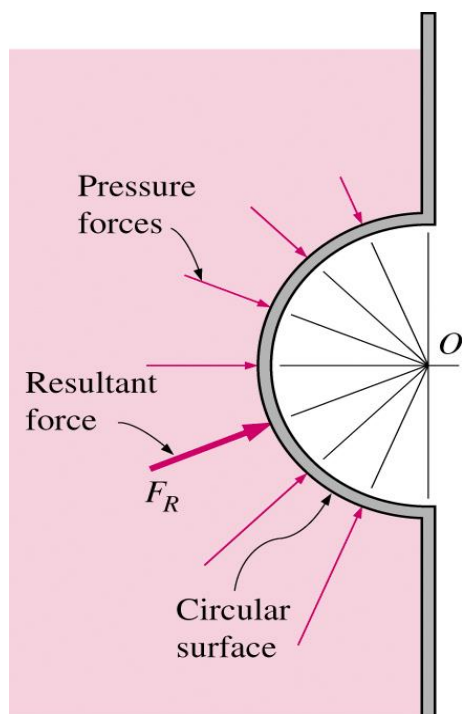
(b)



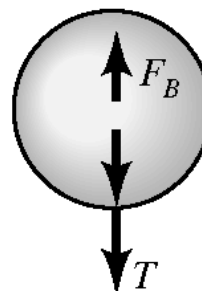


2) 曲面板上的压力分布

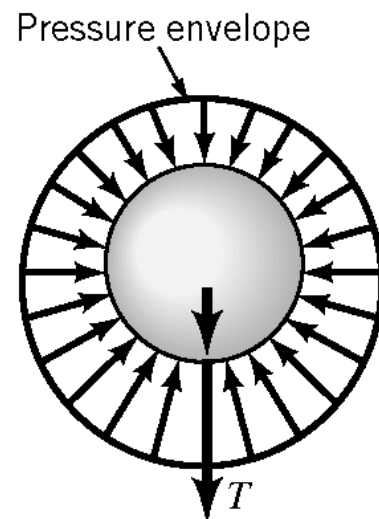
当弯曲的平板表面是圆弧（整圆或圆的一部分）时，**作用在其表面上的流体静压力的合力总是穿过圆心**。这是因为作用在每一个表面微元上的静压力总是垂直于该表面，且由圆的几何特性可知，垂直于圆表面的所有线必穿过圆心。



(a)



(b)

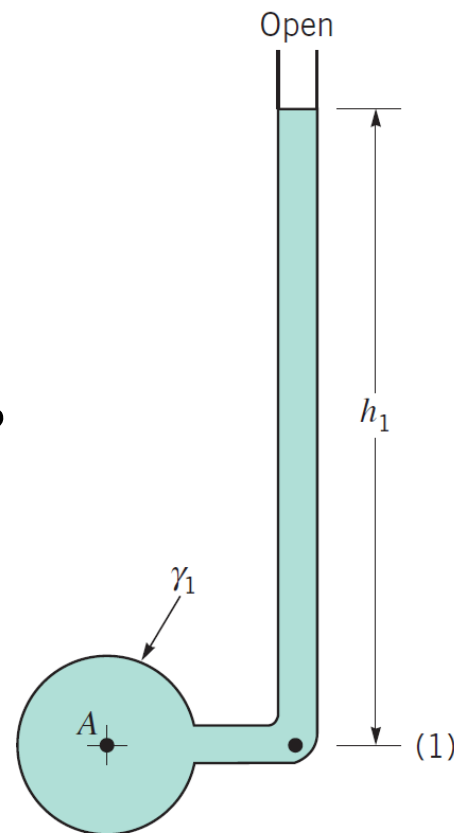


(c)

1) 匀压计管

最简单的压力计是在顶部有开口的匀压计管，该压力计与所要进行压力测量的（高于大气压力）包含液体的容器相连。由于管子是敞开在大气中，因此测得的压力是表压：

$$p_A = \gamma_1 h_1$$



上述方法只能用于液体中（不能用于气体），并且只有在液体高度便于测量时（不能太小或太大）才能使用，且压力变化的幅度必须保证能被测量到。



2) U形测压计

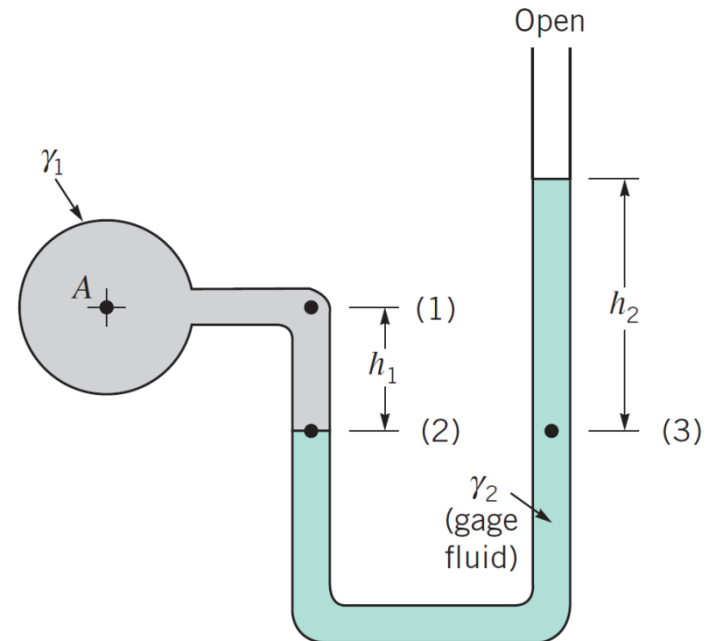
U型测压计由被弯曲成“U”形的玻璃管组成，一端开口连接大气，另一端与充满某种液体的容器相连。例如，该测压计常被用于测量罐体或机器中的压力 p_A 。

工作原理如下：

分别考虑U形测压计的左侧和右侧：

$$p_2 = p_1 + \gamma_1 h_1 = p_A + \gamma_1 h_1$$

$$p_3 = \gamma_2 h_2$$



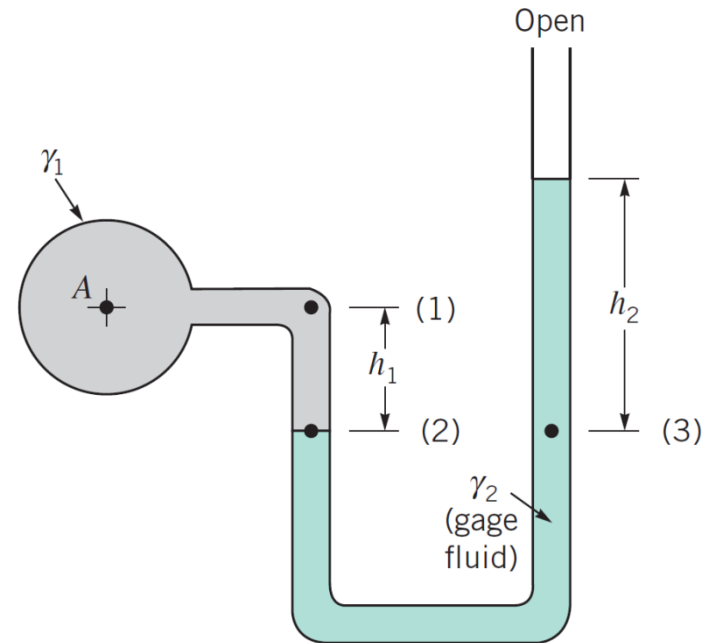


静压力测量和压力计

由于图中标记为 (2) 和 (3) 的点在同一流体且位于相同高度，因此两点处的压力相同。上述两个方程可等价于：

$$p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$

在许多情况下（例如通过水银压力计测量气压），压力计中流体2的密度远大于流体1的密度。这时，上式右侧最后一项可以忽略。

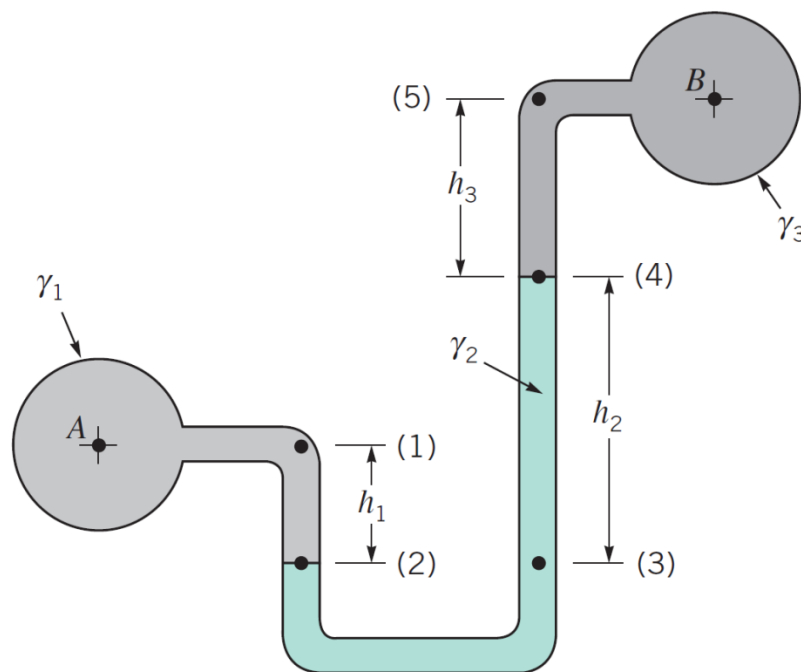




3) 差压力计

与U形测压计原理类似，差压力计可用于测量**同一系统中两个容器或两个点**之间的压力差。根据标记点（2）和（3）处压力相等的关系，可以计算得到A和B两点之间压力差的表达式：

$$p_A - p_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$





静压力测量和压力计

当A和B具有**相同高度** ($h_1=h_2+h_3$) 且两个容器中所含**液体相同**时 ($\gamma_1= \gamma_3$)，由差压力计测量得到的压力差可表示为：

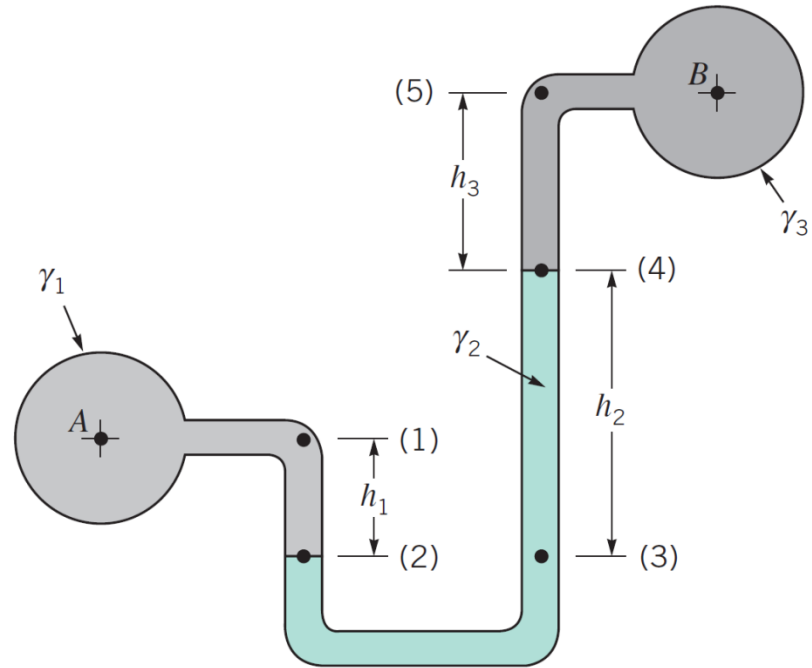
$$\Delta p = \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1 \right) \rho g h_2$$

其中

ρ_m 是压力计液体的密度，

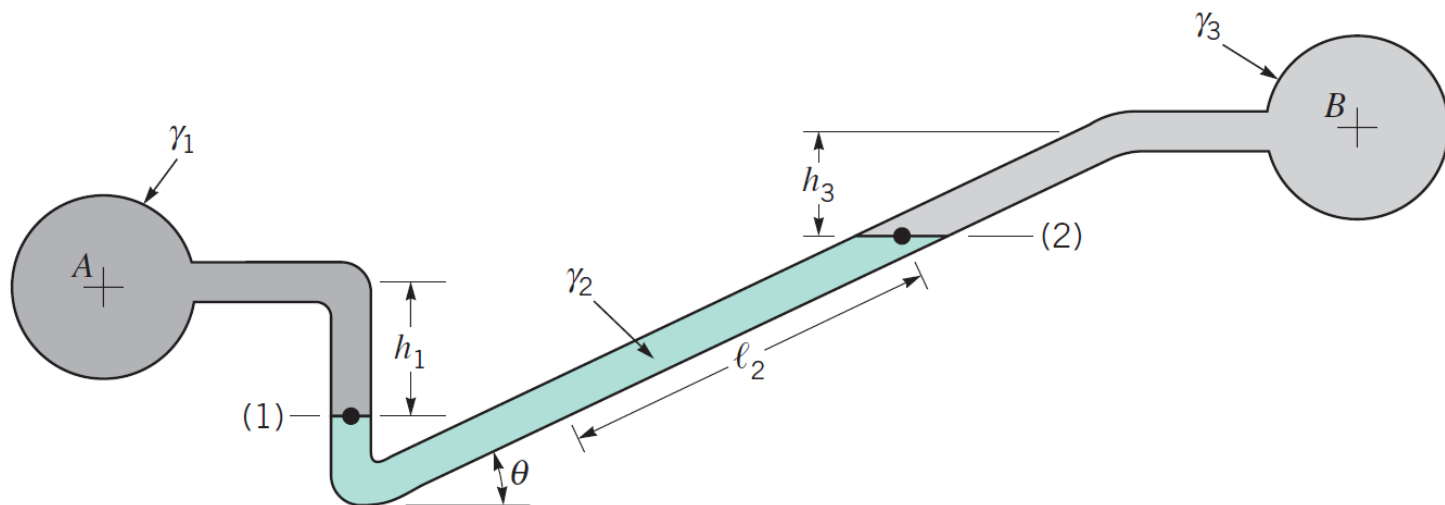
ρ 是容器内液体的密度，

h_2 是压力计液体高度差读数。





4) 斜管压力计



如上所述，液面高度差的读数与压力差成比例。如果压力差非常小，则读数可能很小而导致无法准确测量。为了增加液面高度差读数的灵敏度，可以将压力计倾斜一定角度。这种差压力计称为**斜管压力计**。



其原理与微压计类似

液面高度差读数变成 ℓ_2 ，它是沿着倾斜管测量的：

$h_2 = \ell_2 \sin \theta$ ，因此

$$p_A - p_B = \gamma_2 \ell_2 \sin \theta + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$

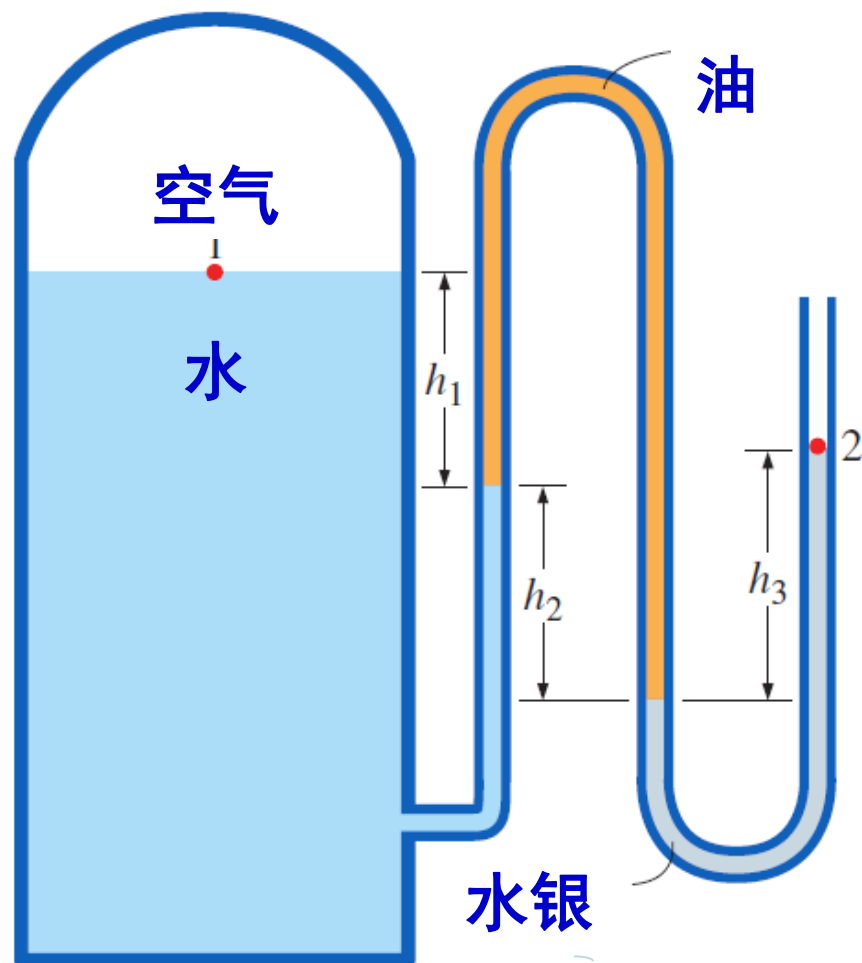
很明显，**角度 θ 越小，读数 ℓ_2 的改变越大**



5) 多流体压计管

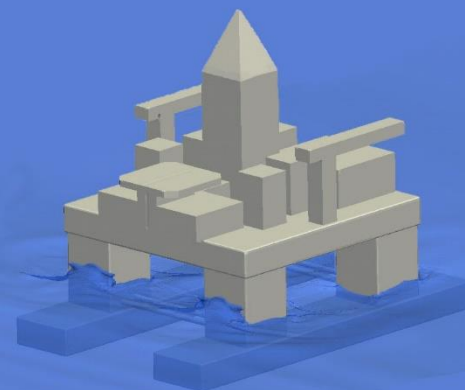
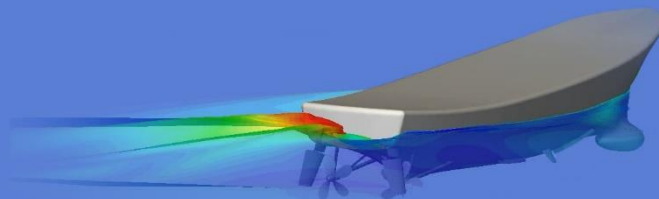
如图所示，加压罐中的压力通过**多流体压计管**测量。其中，罐内的空气压力可由下式表示：

$$P_{\text{air}} = P_{\text{atm}} + g(\rho_{\text{mercury}} h_3 - \rho_{\text{oil}} h_2 - \rho_{\text{water}} h_1)$$



CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

<http://dcwan.sjtu.edu.cn>



*部分素材来源于网络