上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

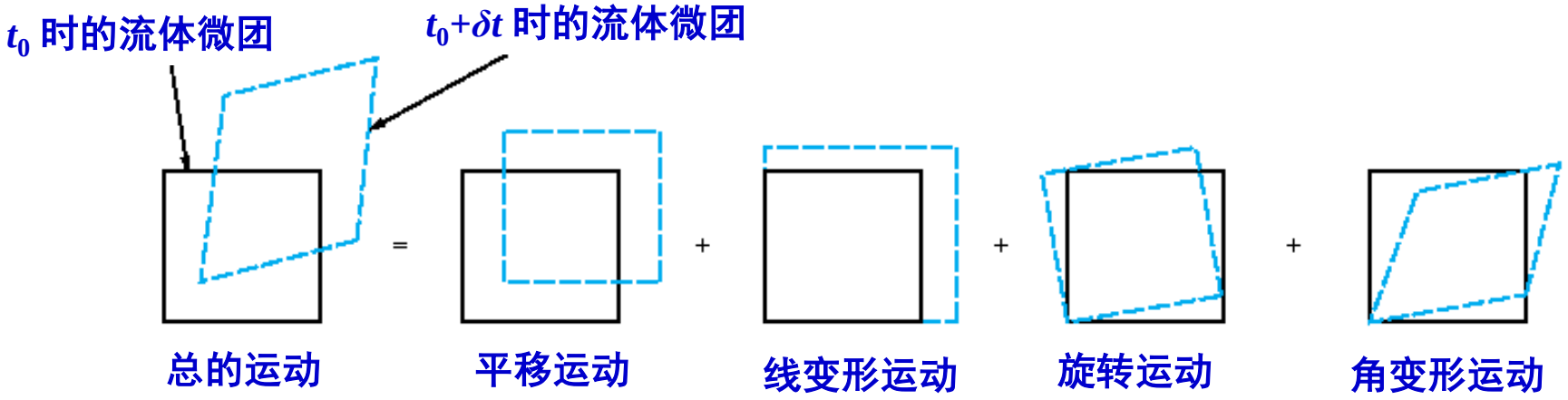
课程：船舶流体力学

主 讲 人：万德成

章节：第3章 流体运动学

内容：3.4 有旋运动和无旋运动

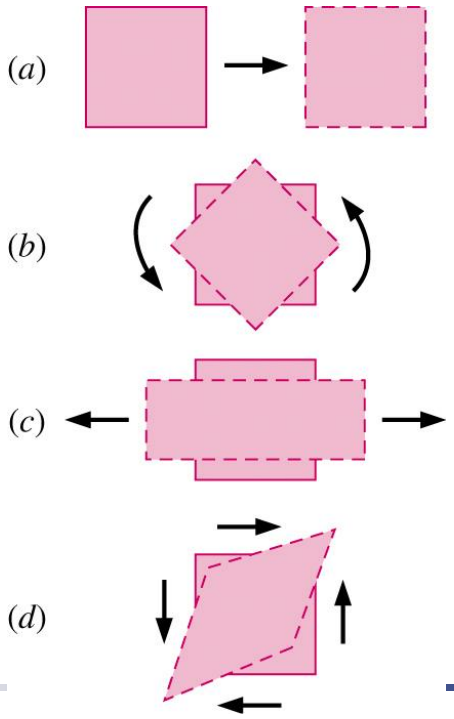
有旋运动和无旋运动



上节课内容：

Helmholtz速度分解定理：

流体微团的运动(速度)可以分解为四部分，即 (1) 平移运动；(2) 旋转运动；(3) 线变形运动；(4) 角变形运动。

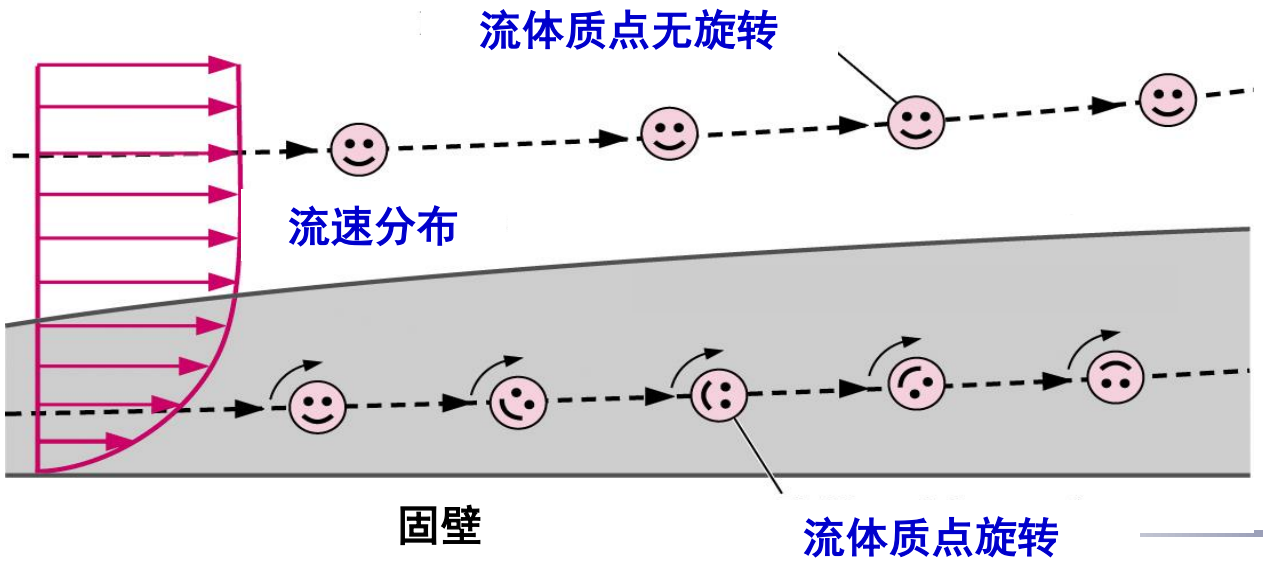


有旋运动和无旋运动

定义：如果流场中某一区域内处处有涡量为零，$\boldsymbol{\Omega}=0$，则流体在这一区域的运动是无旋的(irrotational)，否则，流体的运动就是有旋的(rotational)。

$$\boldsymbol{\Omega}=\left(\Omega_x,\ \Omega_y,\ \Omega_z\right)=0$$

$$\Omega_z=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0,\quad \Omega_x=\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial z}=0,\quad \Omega_y=\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{\partial w}{\partial x}=0$$



有旋运动和无旋运动

下面先对比两种流动情况

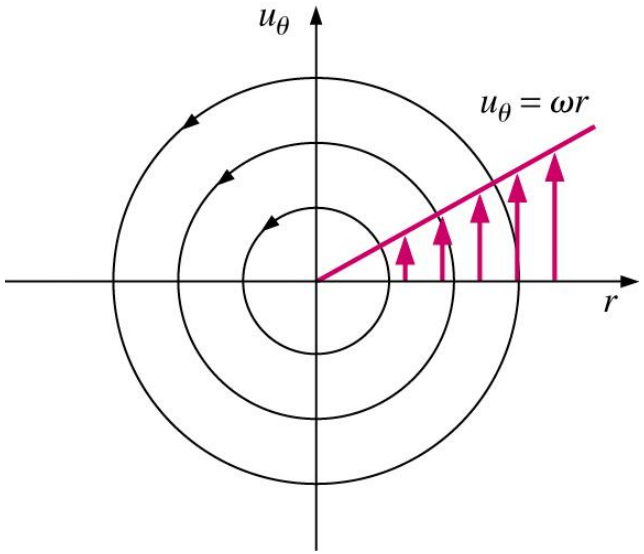
有旋运动和无旋运动

第一种流动

已知二维速度场 $u=-\omega y$，$v=\omega x$，问流场是有旋运动还是无旋运动，运动流体微团是否会发生变形？

解：
$$\Omega_z=\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=2\omega,\quad \Omega_x=0,\quad \Omega_y=0$$

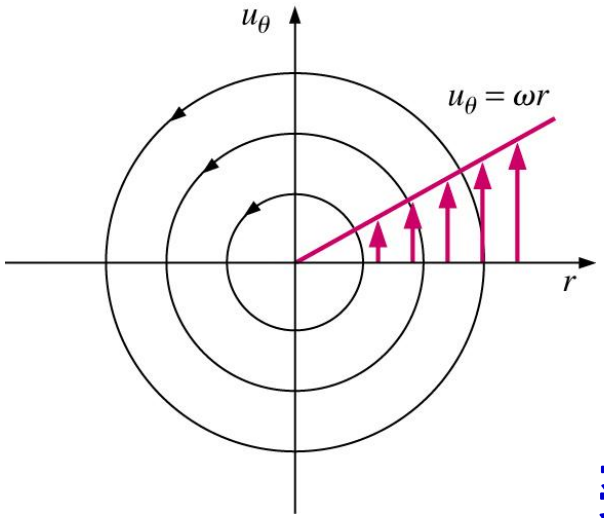
所以是有旋运动。



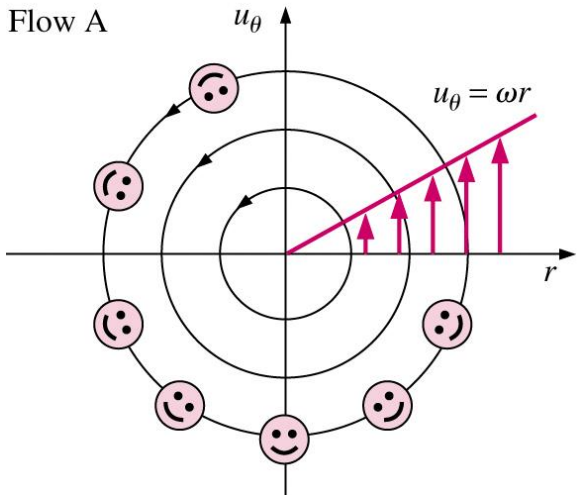
$$\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}=\varepsilon_{zz}=0$$
$$\varepsilon_{xy}=\varepsilon_{xz}=\varepsilon_{yz}=0$$

由上分析，该运动是有旋，但无变形。用来描述龙卷风核心区流动。

有旋运动和无旋运动



类比



有旋，无变形运动

旋转木马

有旋运动和无旋运动

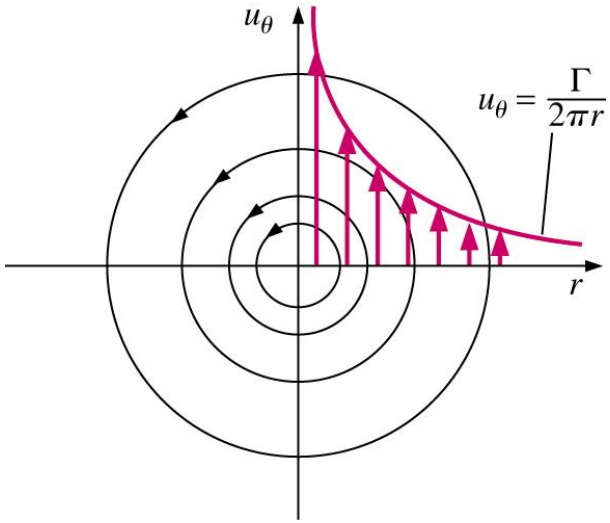
第二种流动

已知二维速度场 $u=-\dfrac{\Gamma}{2\pi}\dfrac{y}{x^2+y^2}$，$v=\dfrac{\Gamma}{2\pi}\dfrac{x}{x^2+y^2}$ 问流场是有旋运动还是无旋运动，运动流体微团会否发生变形？

解：$\Omega_x=\Omega_y=0,\quad \Omega_z=\dfrac{\partial v}{\partial x}-\dfrac{\partial u}{\partial y}=0$

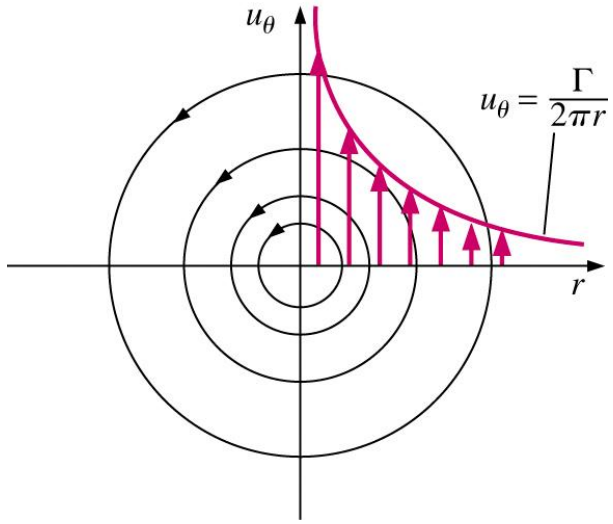
$$\varepsilon_{xx}=\frac{\Gamma}{2\pi}\frac{xy}{(x^2+y^2)}=-\varepsilon_{yy}\neq 0,$$

$$\varepsilon_{xy}=\varepsilon_{yx}=\varepsilon_{zx}=0$$

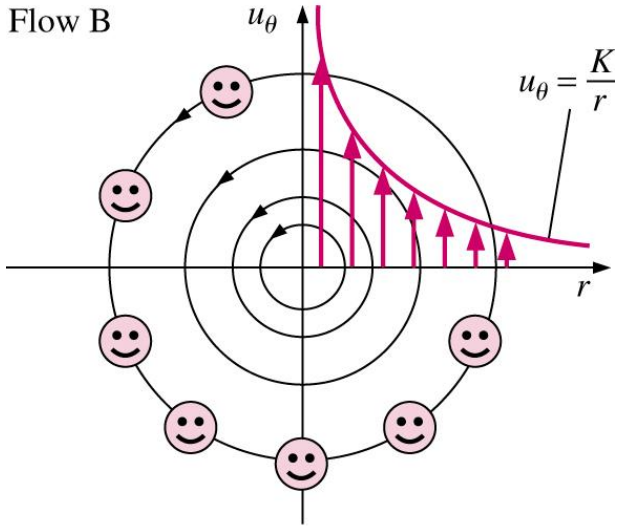


此流动为有变形、无旋运动，可用来描述龙卷风核心区之外的运动。

有旋运动和无旋运动

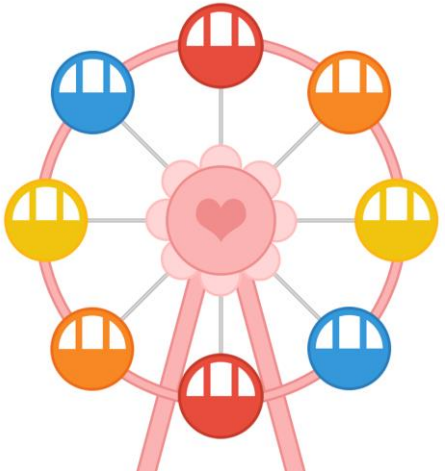


类比

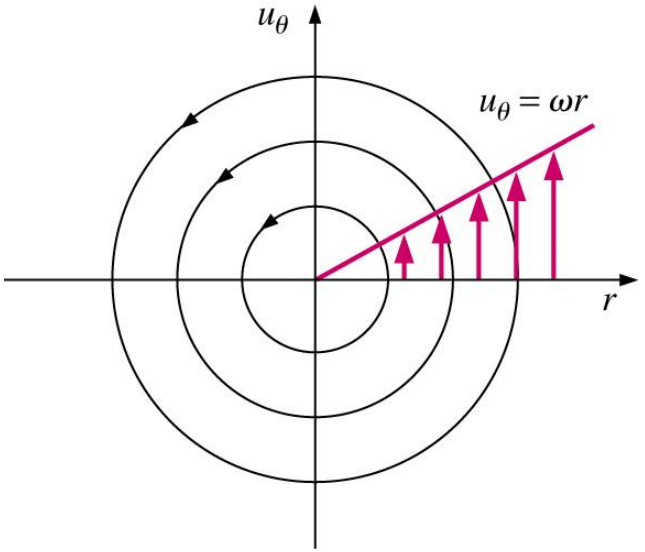


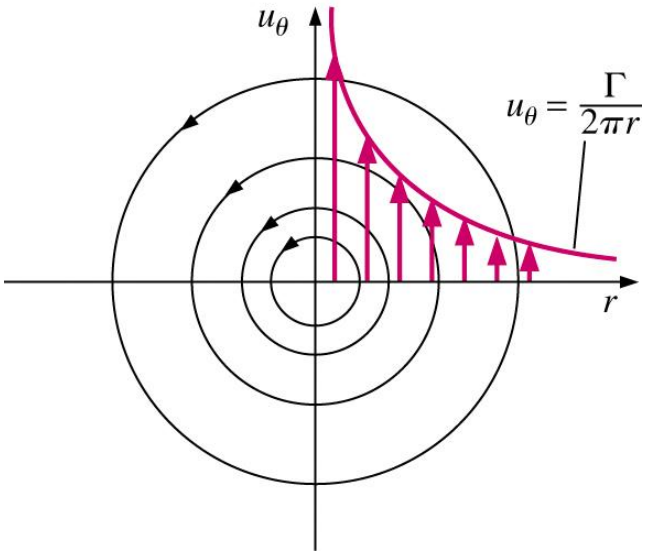
有变形、无旋运动

摩天轮



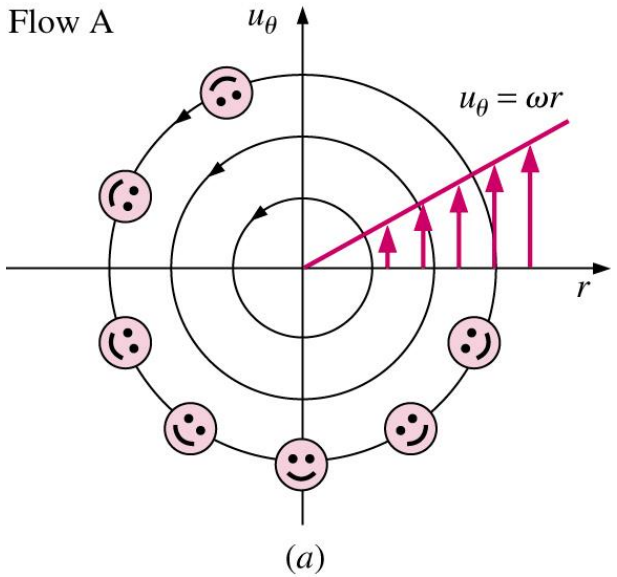
有旋运动和无旋运动

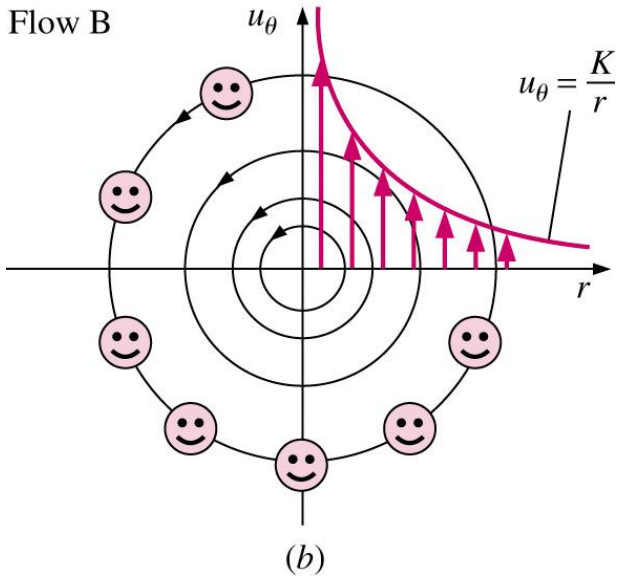




两种流动的流线均为同心圆

有旋运动和无旋运动





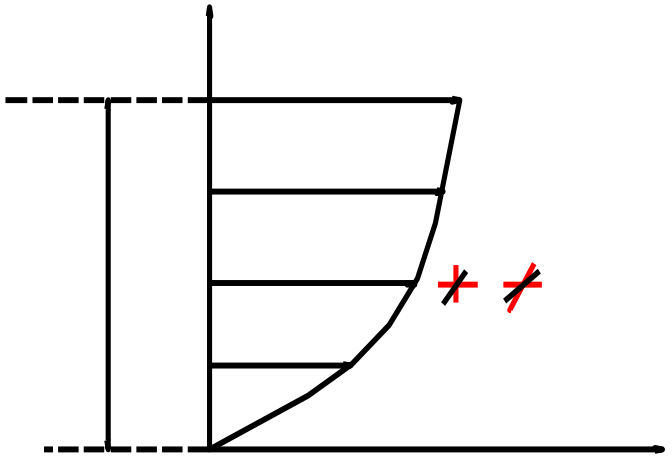
但两者的运动状态不同

该运动是有旋，但无变形。用来描述龙卷风核心区的流动。

此流动为有变形、无旋运动，可用来描述龙卷风核心区之外的流动。

有旋运动和无旋运动

第三种流动



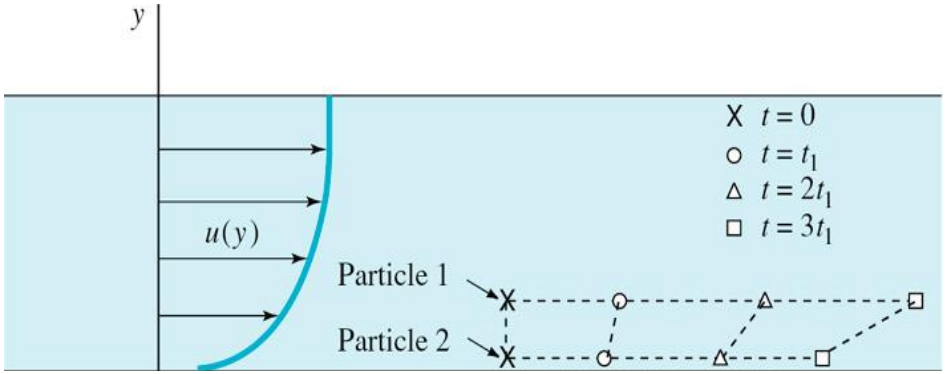
直线运动 $u = \dfrac{v_{\max}}{h}(2y - y^2/h),\ v = 0$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right) = \frac{v_{\max}}{h}\left(1 - \frac{y}{h}\right) \neq 0$$

$$\Omega_x = \Omega_y = 0, \quad \Omega_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{2v_{\max}}{h}(1 - y/h) \neq 0$$

这是一种既有旋又有变形的流动



有旋运动和无旋运动

第四种流动

匀速直线运动 $u = u_0 = const, \quad v = 0$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$$

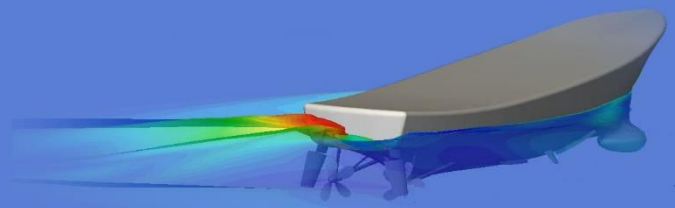
$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = 0$$

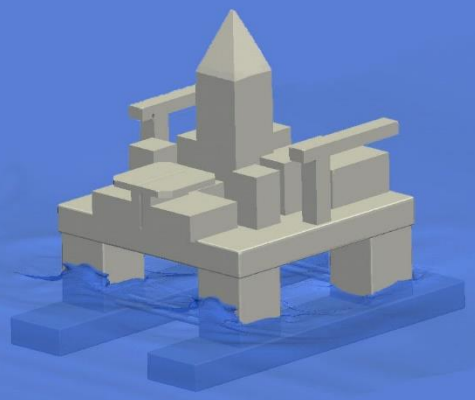
$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$$

是一种既无旋又无变形的运动。

CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

http://dcwan.sjtu.edu.cn





*部分素材来源于网络