上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY
CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

课程：船舶流体力学

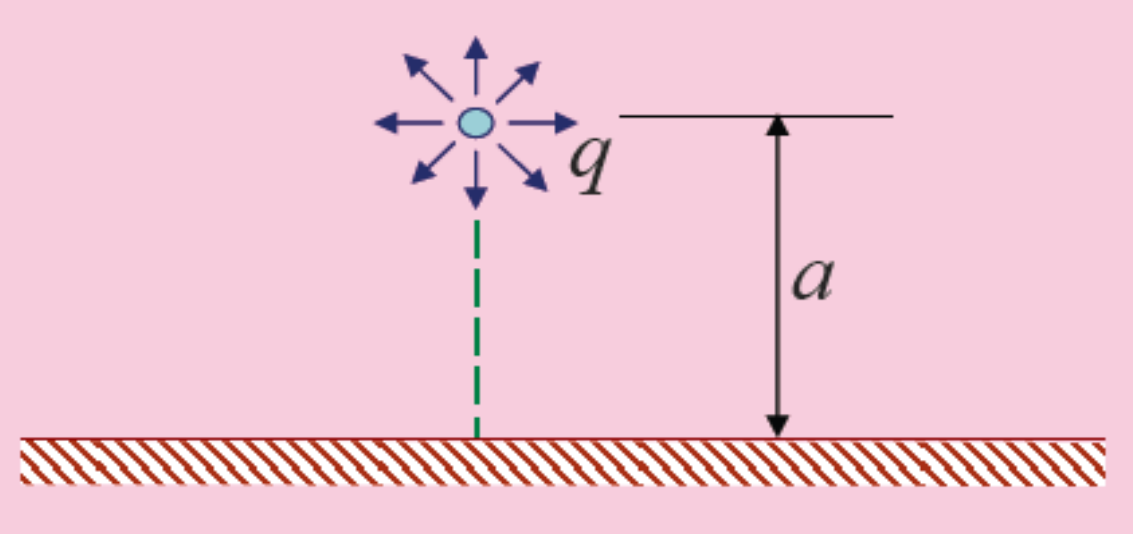
主 讲 人：万德成

章节：第6章 理想流体的势流理论

内容：6.7 势流叠加的镜像法

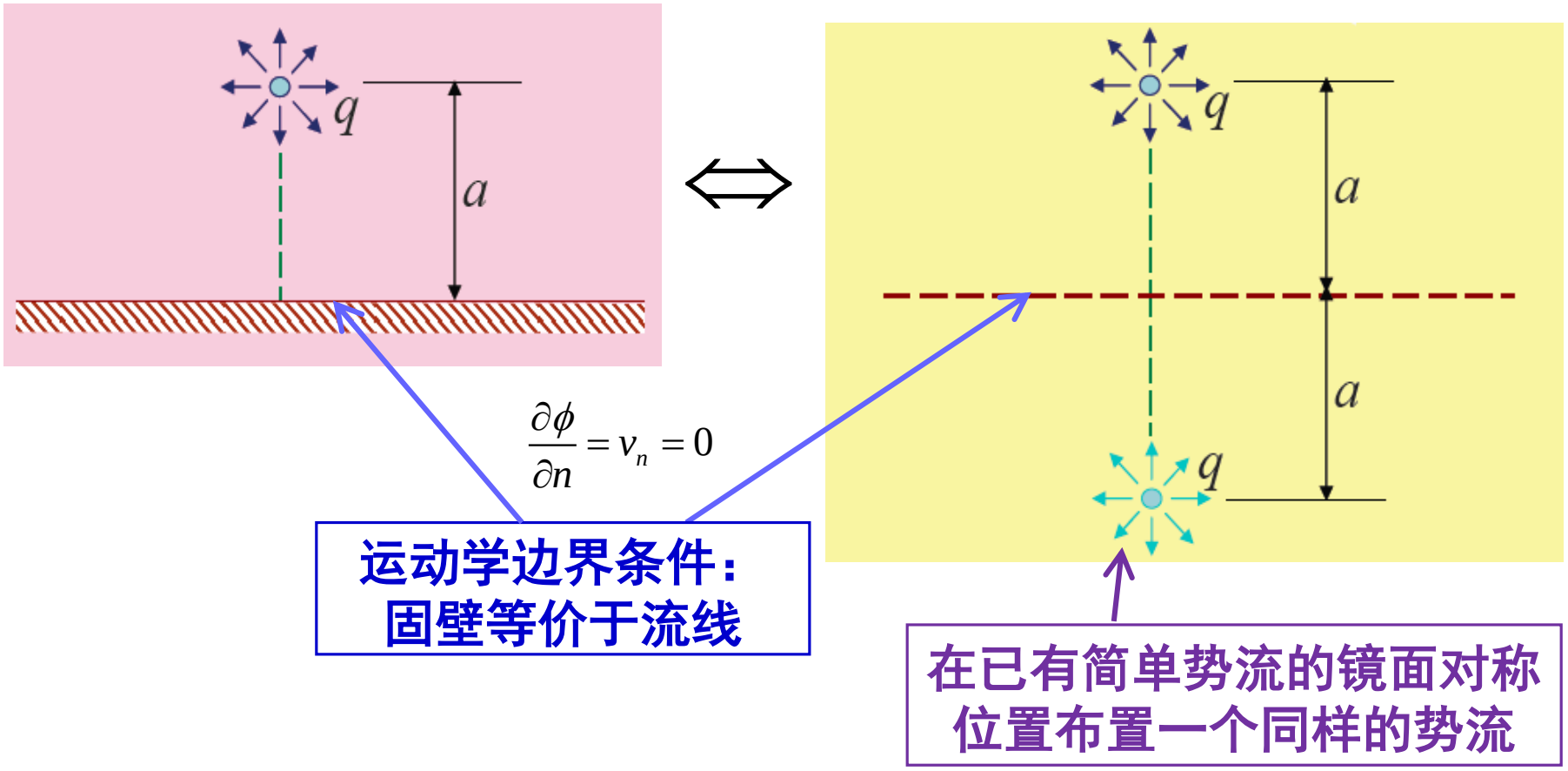
势流叠加的镜像法

把简单势流进行镜像组合，可以得到满足特殊物面条件的势流流动问题的速度势，称为势流叠加的镜像法(Method of Images)。



势流叠加的镜像法

镜像法：



$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n = 0$$

运动学边界条件：
固壁等价于流线

在已有简单势流的镜面对称位置布置一个同样的势流

两个势流流动的固壁边界条件是等价的，因此，镜面两侧的流动是一样的

势流叠加的镜像法

例子1：靠近平板的对称点源

以平板为对称面，布置两个点源，得到速度势为：

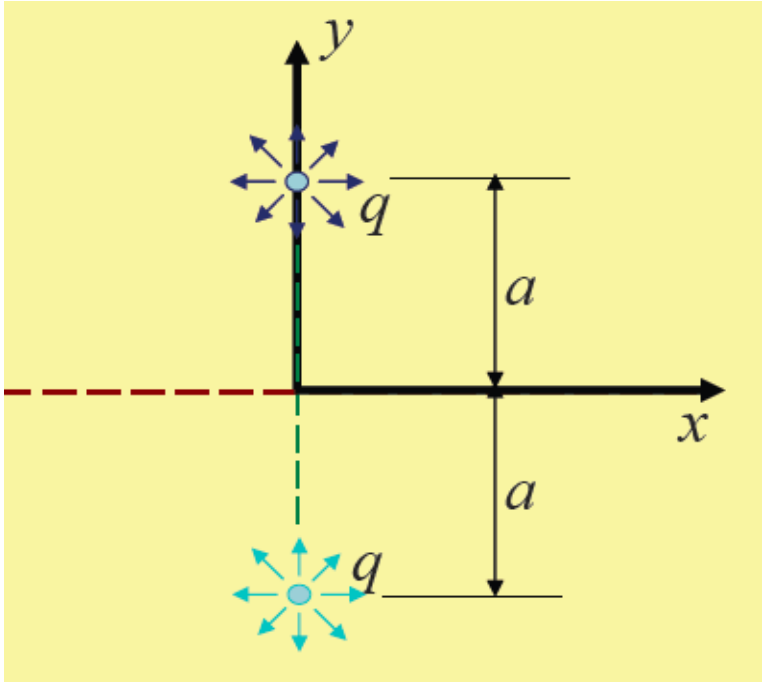
$$\phi=\frac{q}{2\pi}\left(\ln\sqrt{x^2+(y-a)^2}+\ln\sqrt{x^2+(y+a)^2}\right)$$

很容易验证：

$$\phi(y)=\phi(-y)$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=0$$

满足平板物面条件。



势流叠加的镜像法

例子2：靠近平板的对称点涡

以平板为对称面，布置两个点涡，得到速度势为：

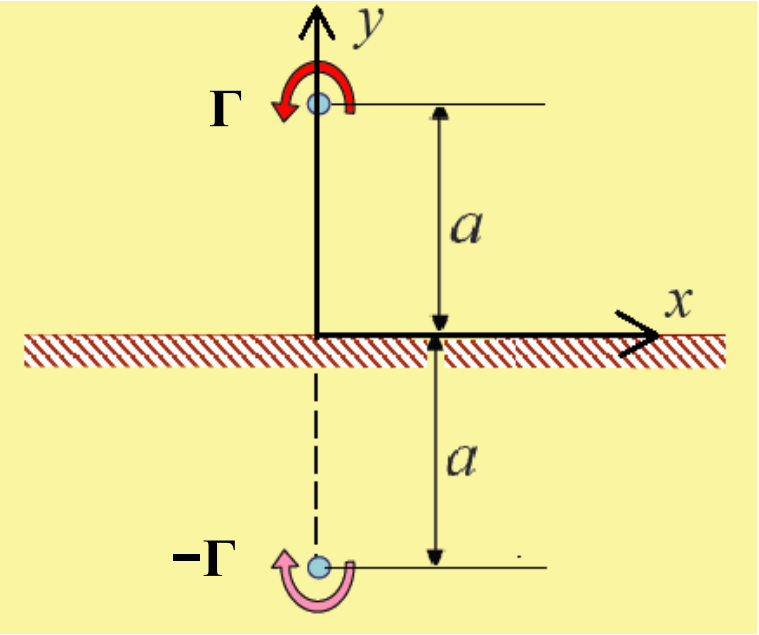
$$\phi = Ux + \frac{\Gamma}{2\pi}\left(\tan^{-1}\frac{y-a}{x} - \tan^{-1}\frac{y+a}{x}\right)$$

很容易验证：

$$\phi(y) = \phi(-y)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

满足平板物面条件。



势流叠加的镜像法

例子3：二维圆柱靠近平板

以平板为对称面，布置两个圆柱的绕流流场，得到速度势为：

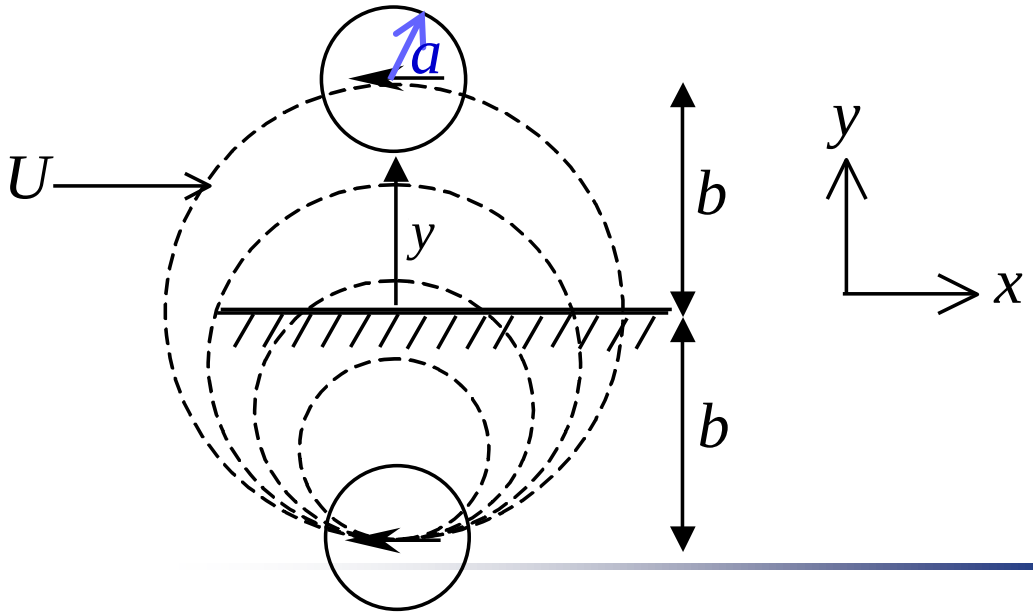
$$\phi = Ux\left(1+\frac{a^2}{x^2+(y-b)^2}+\frac{a^2}{x^2+(y+b)^2}\right)$$

很容易验证 (当 b >> a 时)：

$$\phi(y)=\phi(-y)$$

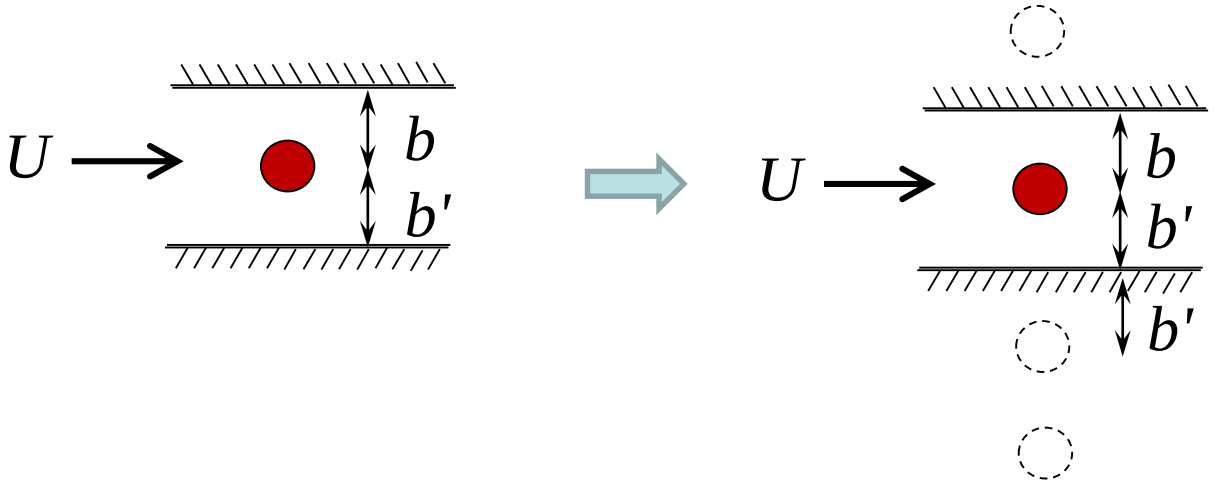
$$\frac{\partial\phi}{\partial y}=0 \qquad \frac{\partial\phi}{\partial n}=0$$

满足平板和圆柱的物面条件。

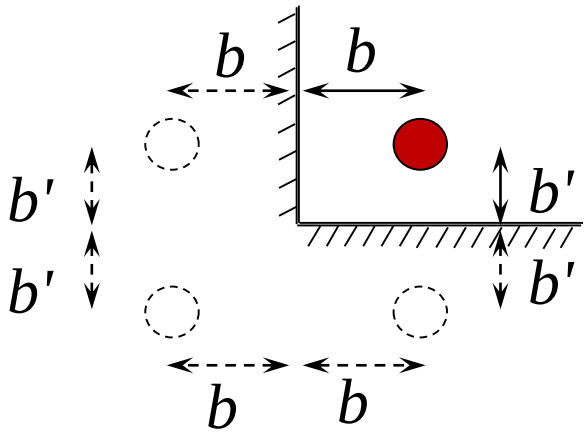


势流叠加的镜像法

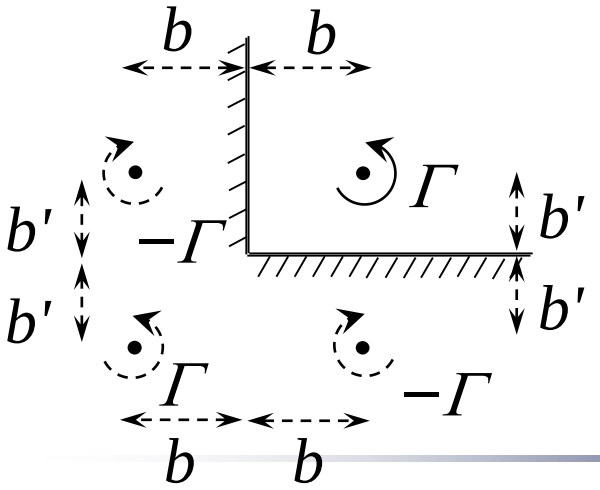
其他：二维圆柱靠近两个平板



二维圆柱靠近直角平板



点涡靠近直角平板



第六章要点

- **不可压势流运动的基本控制方程为：**

$$
\begin{cases}
\text{基本方程} & \nabla^2\phi = 0 \\
\text{动力学条件} & \dfrac{\partial\phi}{\partial t} + \dfrac{|\nabla\phi|^2}{2} + \dfrac{p}{\rho} + \Pi = C(t) \\
\text{运动学条件} & \dfrac{\partial\phi}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{U}_n \qquad \text{(物面条件)} \\
\text{无穷远处条件} & \nabla\phi = \mathbf{U}_\infty, \quad p = p_\infty \\
\text{初始条件} & \nabla\phi\big|_{t=0} = \mathbf{U}_0(\mathbf{x}), \quad p\big|_{t=0} = p_0(\mathbf{x})
\end{cases}
$$

第六章要点

- **势流流动的速度势和流函数满足线性叠加原理：将简单的势流叠加起来，可以用来求解复杂的势流流动。**

a) 点源与点汇的叠加 → 偶极子流

b) 点源与点涡的叠加 → 螺旋流

c) 均匀流与点源的叠加 → 半无限长物体绕流

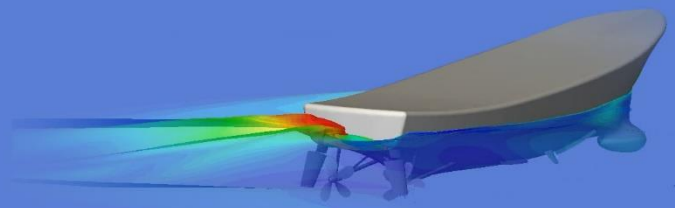
d) 均匀流与点源点汇的叠加 → 封闭物体绕流

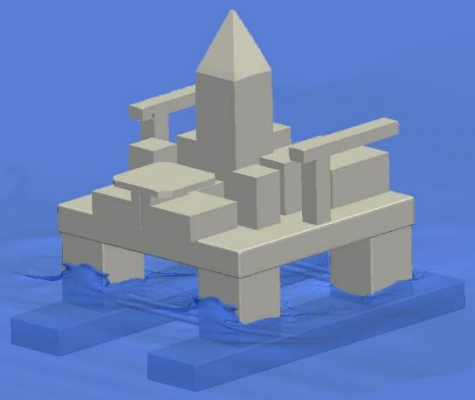
第六章要点

名称	叠加组合	速度势	压力系数	阻力和升力
均匀流绕静止圆柱流动	二维均匀流 + 二维偶极子流	$U\cos\theta\left(r+\frac{a^2}{r}\right)$	$1-4\sin^2\theta$	无阻力 无升力
均匀流绕静止圆球流动	三维均匀流 + 三维偶极子流	$U\cos\theta\left(r+\frac{a^3}{2r^2}\right)$	$1-\frac{9}{4}\sin^2\theta$	无阻力 无升力
均匀流绕静止圆柱有环流动	二维均匀流 + 二维偶极子流 + 点涡	$U\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)r\cos\theta+\frac{\Gamma}{2\pi}\theta$	$1-\left(2\sin\theta-\frac{\Gamma}{2\pi aU}\right)^2$	无阻力 有升力
圆柱在静止流场非匀速运动	运动二维偶极子流	$U(t)a^2\frac{\cos\theta}{r}$	—	有阻力 无升力
圆球在静止流场中非匀速运动	运动三维偶极子流	$\frac{U(t)a^3}{2}\frac{\cos\theta}{r^2}$	—	有阻力 无升力

CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

http://dcwan.sjtu.edu.cn





*部分素材来源于网络