



上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

CMHL COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

课程：船舶流体力学

主讲人：万德成

章节：第10章 相似分析

内容：10.4 Rayleigh法



Rayleigh法

在量纲和谐原理基础上发展起来的**量纲分析法**有两种：

一种称 **Rayleigh 法**，用于比较简单的问题；

另一种称 **Π 定理** (也称 Buckingham 法)，是一种具有普遍性的方法。

用量纲分析法，结合试验研究，不仅可以找出无物理方程表示的复杂流动过程的流动规律，而且找出的还是同一类相似流动的普遍规律。



上海交通大学

Shanghai Jiao Tong University

Rayleigh法



Lord Rayleigh
(1842-1919)



Rayleigh法的基本原理是：

某一物理过程同几个物理量有关：

$$f(q_1, q_2, q_3, \cdots q_n) = 0$$

其中的某个物理量 q_n 可表示为其他物理量的指数乘积：

$$q_n = K q_1^a q_2^b \cdots q_{n-1}^p$$

写出量纲形式：

$$[q_n] = [q_1]^a [q_2]^b \cdots [q_{n-1}]^p$$

将量纲形式方程中各物理量的量纲表示为基本量纲的指数乘积形式，并根据量纲和谐原理，确定指数 a 、 b 、 $\dots$ 、 p ，就可得出表达该物理过程的方程式。



下面通过例题说明 Rayleigh 法的具体应用。

例题1 不可压缩流体在匀直圆管内作定常流动，试分析圆管单位长度上的流动损失 $\Delta p/l$ 的表达式。

解 根据题意，基本可按以下步骤解题

(1) 分析所求问题的影响因素。这是求解问题正确与否的关键。

在本例中，由于是管内流动，显然管壁粗糙高度 ε 将会显著影响流动阻力；



Rayleigh法

管长 l 、管径 d 、流体流动速度 V 都将是重要的影响因素；

同样，流体的性质，如密度 ρ 和运动粘性系数 ν 也将影响流动阻力的大小。

因此，该流动现象共有 $\Delta p, l, d, V, \rho, \nu$ 和 ε 等7个变量，如果研究单位长度上的流动阻力 $\frac{\Delta p}{l}$ ，则减少一个变量，它们组成关系式：

$$f\left(\frac{\Delta p}{l}, d, V, \rho, \nu, \varepsilon\right) = 0$$

(2) 写出各变量之间的指数关系式

$$\frac{\Delta p}{l} = K d^{\alpha} V^{\beta} \nu^{\gamma} \rho^{\delta} \varepsilon^{\kappa}$$

其中 α 、 β 、 γ 、 δ 和 κ 都是待定指数， K 为常数。



Rayleigh法

(3) 写出各变量的量纲:

$$\left[\frac{\Delta p}{l} \right] = ML^{-2}T^{-2}$$

$$[d] = L$$

$$[V] = LT^{-1}$$

$$[\nu] = L^2T^{-1}$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

$$[\varepsilon] = L$$



(4) 写出对应的量纲关系式：

$$\begin{aligned} ML^{-2}T^{-2} &= L^a (LT^{-1})^b (L^2T^{-1})^g (ML^{-3})^d L^k \\ &= M^d L^{a+b+2g-3d+k} T^{-b-g} \end{aligned}$$

(5) 比较等式两边对应量纲的指数，并根据量纲一致的原理
解得各待定指数：

$$\begin{aligned} \delta &= 1 \\ \alpha + \beta + 2\gamma - 3\delta + \kappa &= -2 \\ -\beta - \gamma &= -2 \end{aligned}$$



Rayleigh法

上述3个方程中包含5个未知数，于是将其中2个，如 γ 、 κ 作为待定系数，从而解得：

$$\alpha = -1 - \gamma - \kappa, \quad \beta = 2 - \gamma, \quad \delta = 1$$

(6) 将求得的指数代入上面的指数关系式，并将具有相同待定指数的量组合在一起成为相似准则：

$$\frac{Dp}{l} = K d^{-1-g-k} V^{2-g} \nu^g r \varepsilon^k = K \frac{r V^2}{d} \left(\frac{\nu}{V d} \right)^g \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^k$$



Rayleigh法

或者也可写成

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \lambda \frac{l}{d} \frac{V^2}{2}$$

式中

$$\lambda = f(Re, \frac{\varepsilon}{d}) = 2K \left(\frac{\nu}{Vd} \right)^{\gamma} \left(\frac{\varepsilon}{d} \right)^{\kappa}$$

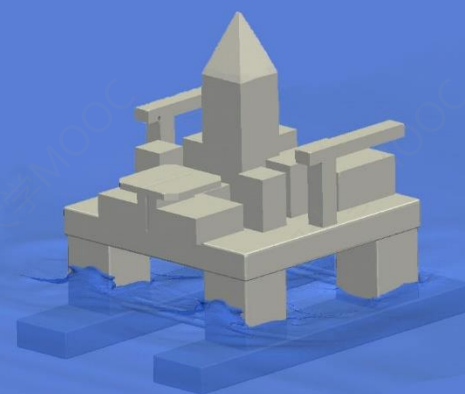
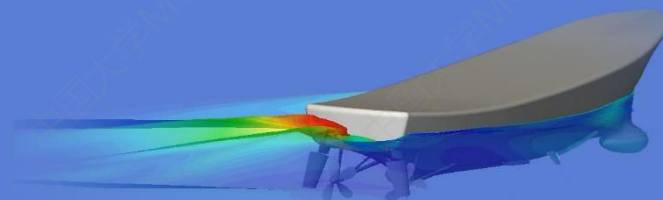
λ 称作摩擦阻力因子，其中 $Re = \frac{Vd}{\nu}$ 。

可见，圆管流动中的摩擦阻力因子 λ 取决于雷诺数 Re 和粗糙度 ε 的变化，这与前面所讲的尼古拉兹曲线揭示的规律是一致的。

CMHL

COMPUTATIONAL MARINE HYDRODYNAMICS LAB
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

<http://dcwan.sjtu.edu.cn>



*部分素材来源于网络