

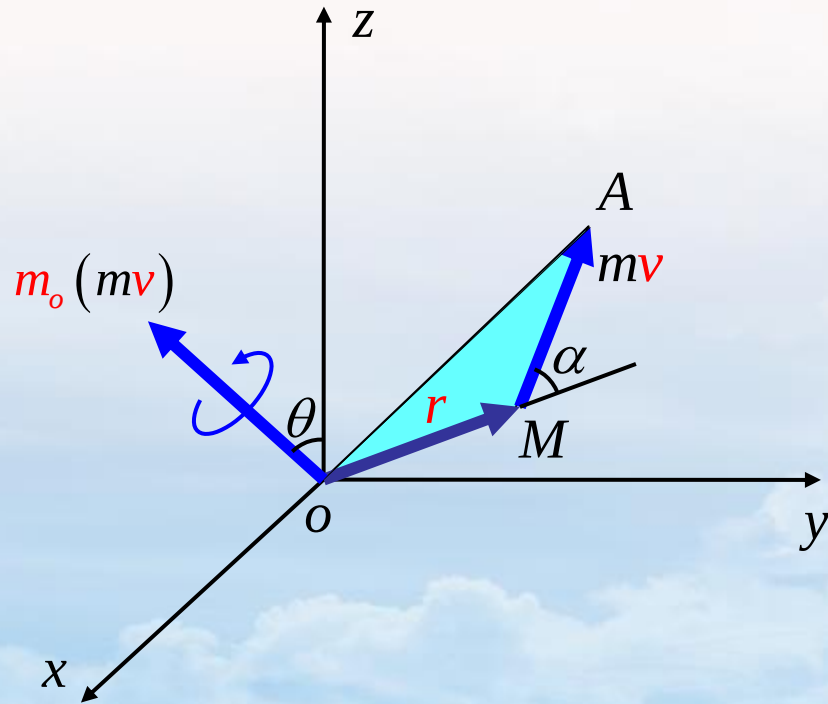
动量矩定理



动量矩定理和定轴转动微分方程

动量矩定理

1、质点的动量矩定理



$$m_o(m\mathbf{v}) = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

$$\begin{aligned}\frac{dm_o(m\mathbf{v})}{dt} &= \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times m\mathbf{v}) \\ &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \\ &= \mathbf{v} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\ &= m_o(\mathbf{F})\end{aligned}$$

$$\frac{dm_o(m\mathbf{v})}{dt} = m_o(\mathbf{F})$$



动量矩定理和定轴转动微分方程

$$\frac{dm_o(m\boldsymbol{v})}{dt} = m_o(\boldsymbol{F})$$

质点的动量矩定理

质点对某点（或轴）的动量矩对时间的一阶导数，等于作用于该质点上的力对同一点（或轴）的矩。



动量矩定理和定轴转动微分方程

3、质点系动量矩定理

设质点系由 n 个质点组成，任取其中第 i 个质点，外界物体对该质点作用力 $F_i^{(e)}$ 称为外力；质点系内其它质点对该质点的作用力 $F_i^{(i)}$ 称为内力。

对于一固定点 O ，由质点动量定理：

$$\frac{d}{dt} m_o (m_i \mathbf{v}_i) = m_o (F_i^{(e)}) + m_o (F_i^{(i)})$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} m_o (m_i \mathbf{v}_i) = \sum_{i=1}^n m_o (F_i^{(e)}) + \sum_{i=1}^n m_o (F_i^{(i)})$$



动量矩定理和定轴转动微分方程

3、质点系动量矩定理

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} m_o(m_i \mathbf{v}_i) = \sum_{i=1}^n m_o(\mathbf{F}_i^{(e)}) + \underbrace{\sum_{i=1}^n m_o(\mathbf{F}_i^{(i)})}_0$$

↓

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_o(m_i \mathbf{v}_i)$$

↓

$$\frac{dH_o}{dt}$$

$$\frac{dH_o}{dt} = \sum_{i=1}^n m_o(\mathbf{F}_i^{(e)})$$

内力不改变质系的动量矩，
只有外力才能改变质系的
动量矩。

质点系动量矩定理：质点系对任一固定点的动量矩对时间的一阶导数等于作用于该质点系的外力对同一点之矩的矢量和（主矩）。



动量矩定理和定轴转动微分方程

3、质点系动量矩定理

在实际应用中，往往把上式向直角坐标轴投影，如：

$$\frac{dH_z}{dt} = \sum_{i=1}^n m_z \left(\mathbf{F}_i^{(e)} \right)$$

