

船舶系统导航方舱



主讲人：奔粤阳

惯导系统导航方程

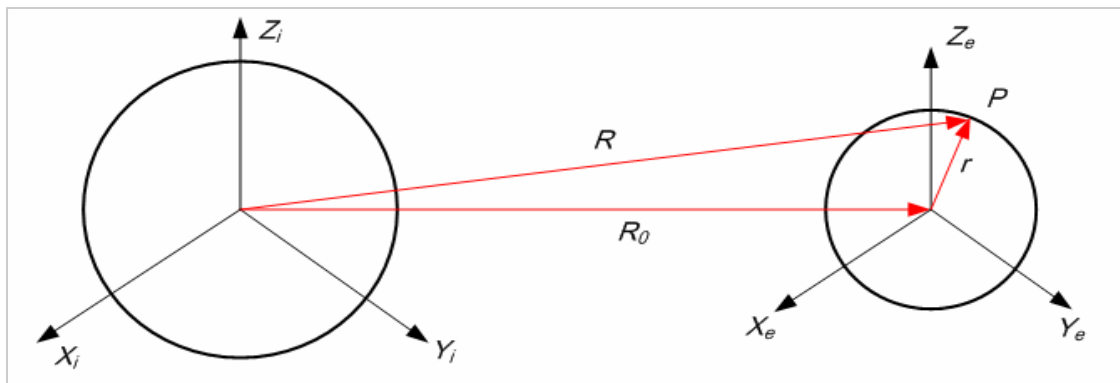
惯导系统导航方程 $\leftrightarrow$ 地速的微分方程

载体相对地球的速度

惯导系统导航方程

预备知识——哥式定理，描述了矢量相对不同坐标系微分的对应关系。

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_{Static} = \left. \frac{dr}{dt} \right|_{Dynamic} + \omega_{Static_Dynamic} \times r$$



惯导系统导航方程

基于牛顿第二定律可知，合外力为：

$$F = m \frac{d^2 r}{dt^2} \quad f = \frac{F}{m} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

加速度计测量的比力为：

非引力 $\leftarrow$ $A = \frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_i - J$ $\rightarrow$ 引力 $\longrightarrow \frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_i = A + J$

惯导系统导航方程

基于牛顿第二定律可知，合外力为：

$$F = m \frac{d^2 r}{dt^2} \quad f = \frac{F}{m} = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

加速度计测量的比力为：

$$A = \left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i - J$$

根据哥式定理：

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_i = \left. \frac{dr}{dt} \right|_e + \Omega \times r$$

设置载体相对于地球的运动速度： $V_e = \left. \frac{dr}{dt} \right|_e$

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_i = V_e + \Omega \times r$$

惯导系统导航方程

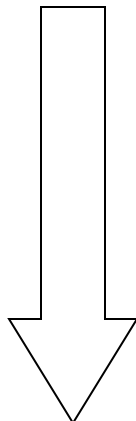
位置矢量 r 相对惯性空间取二次微分：

$$\begin{aligned}\frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_i &= \frac{d}{dt} \Big|_i (V_e + \Omega \times r) \\ &= \frac{dV_e}{dt} \Big|_i + \Omega \times V_e + \Omega \times (\Omega \times r)\end{aligned}$$

其中： $\frac{dr}{dt} \Big|_i = V_e + \Omega \times r$

由于导航定位是在地理坐标系上进行的，
我们取地理坐标系为动系，再次应用哥式
定理

$$\frac{dV_e}{dt} \Big|_i = \frac{dV_e}{dt} \Big|_n + \rho \times V_e$$



$$\frac{d^2 r}{dt^2} \Big|_i = \dot{V}_e + (\Omega + \rho) \times V_e + \Omega \times (\Omega \times r)$$

惯导系统导航方程

考虑加速度计测量比力表达式：

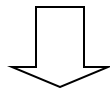
重力表达式：

$$A = \left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i - J$$

$$G = J - \Omega \times (\Omega \times r)$$



$$\left. \frac{d^2 r}{dt^2} \right|_i = \dot{V}_e + (\Omega + \rho) \times V_e + \Omega \times (\Omega \times r)$$



$$A = \dot{V}_e + (\Omega + \rho) \times V_e - G$$

惯导系统导航方程，即速度微分方程为：

$$\dot{V}_e = A - (\Omega + \rho) \times V_e + G$$

惯导系统导航方程

将惯导系统导航方程写为方程组的形式，建立起地速微分与比力的关系：

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_x &= A_x - \left(2\Omega \cos \phi + \frac{V_x}{R_N + h}\right) \cdot V_z + \left(2\Omega \sin \phi + \frac{V_x}{R_N + h} \operatorname{tg} \phi\right) \cdot V_y \\ \dot{V}_y &= A_y - \left(2\Omega \sin \phi + \frac{V_x}{R_N + h} \operatorname{tg} \phi\right) \cdot V_x - \frac{V_y}{R_M + h} \cdot V_z \\ \dot{V}_z &= A_z + \left(2\Omega \cos \phi + \frac{V_x}{R_N + h}\right) \cdot V_x + \frac{V_y^2}{R_M + h} + g \end{aligned} \right\}$$

惯导系统导航方程

惯导系统导航方程的MATLAB程序实现：

```
fp = I*fb3;  
%%%速度的即时修正%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
fv(1) = fp(1)+(2*wiep(3) + wepp(3))*v(2);  
fv(2) = fp(2)-(2*wiep(3) + wepp(3))*v(1);  
Kv1 = fv';  
  
tmp_v(1) = v(1) + fv(1)*2*Hn;  
tmp_v(2) = v(2) + fv(2)*2*Hn;  
  
fv(1) = fp(1)+(2*wiep(3) + wepp(3))*tmp_v(2);  
fv(2) = fp(2)-(2*wiep(3) + wepp(3))*tmp_v(1);  
Kv2 = fv';  
  
Kv = (Kv1+Kv2)/2.0;
```