

伪距定位



主讲人：李亮

伪 距

伪随机码测量得到的伪距中包含接收机时钟误差、大气延时以及卫星星历模型误差等。

$$\rho_k^j = c\tau' = R_k^j + cd\tau_k - cd\tau^j + d\rho_{ion}^j + d\rho_{trop}^j$$

ρ_k^j ——接收机k至卫星j的伪距，由接收机直接测量得到；

R_k^j ——接收机k至卫星j的真实距离；

τ' ——测量的信号传播时间；

$d\tau_k$ ——接收机钟差；

$d\tau^j$ ——卫星钟差，可由导航电文求得；

$d\rho_{ion}^j$ ——电离层延迟；

$d\rho_{trop}^j$ ——对流层延迟。

伪距与真实距离的关系

经导航电文修正后，伪距输出为 $\rho_k^j = R_k^j + cd\tau_k$

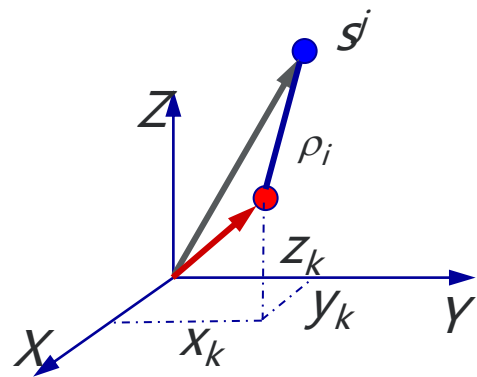
接收机与卫星的真实距离为：

$$R_k^j = |\mathbf{X}^j - \mathbf{x}_k| = \sqrt{(X^j - x_k)^2 + (Y^j - y_k)^2 + (Z^j - z_k)^2}$$

伪距与真实距离的关系为：

$$\rho_k^j = |\mathbf{X}^j - \mathbf{x}_k| + cd\tau_k$$

待求的未知数： (x_k, y_k, z_k, τ_k)



伪距法定位解算过程

给定义概略位置： $\hat{\mathbf{x}}_k = [\hat{x}_k, \hat{y}_k, \hat{z}_k]^T$

则真实位置为 $\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k + \Delta\mathbf{x}_k$

对观测误差 $v_k^j = \rho_k^j - R_k^j - cd\tau_k$ 在概略位置处进行泰勒展开，

并忽略二次以上高次项： $v_k^j = \mathbf{I}_k^j \Delta\mathbf{x}_k - cd\tau_k - L_k^j$

同时观测 $n(n \geq 4)$ 颗卫星时：

$$\begin{cases} v_k^1 = \mathbf{I}_k^1 \Delta\mathbf{x}_k - cd\tau_k - L_k^1 \\ v_k^2 = \mathbf{I}_k^2 \Delta\mathbf{x}_k - cd\tau_k - L_k^2 \\ \vdots \\ v_k^n = \mathbf{I}_k^n \Delta\mathbf{x}_k - cd\tau_k - L_k^n \end{cases}$$

伪距法定位解算过程

将方程写成矩阵形式: $\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{L}$

则解算结果为:

(1) $n = 4$ 时 $\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{L}$

: (2) $n \geq 4$ 时 $\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{L}$

指定加权值时 $\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{L}$

:

伪距法定位精度

定位误差: $\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{X}}} = [v_x, v_y, v_z, v_t]^T$

则: $\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{V}$

假设: $E[\mathbf{V}] = \mathbf{0} \quad E[\mathbf{V}\mathbf{V}^T] = \sigma_{\text{URE}}^2 \mathbf{I}$

则: $E[\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{X}}} \mathbf{v}_{\hat{\mathbf{X}}}^T] = \sigma_{\text{URE}}^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$

结论1:

卫星几何位置一定时，观测误差越大，定位误差越大。

伪距法定位精度

由于: $E[\mathbf{v}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{v}_{\hat{\mathbf{x}}}^T] = \begin{bmatrix} E[v_x^2] & E[v_x v_y] & E[v_x v_z] & E[v_x v_\tau] \\ E[v_y v_x] & E[v_y^2] & E[v_y v_z] & E[v_y v_\tau] \\ E[v_z v_x] & E[v_z v_y] & E[v_z^2] & E[v_z v_\tau] \\ E[v_\tau v_x] & E[v_\tau v_y] & E[v_\tau v_z] & E[v_\tau^2] \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} \sigma_x^2 = E[v_x v_x^T] = E[v_x^2] \\ \sigma_y^2 = E[v_y v_y^T] = E[v_y^2] \\ \sigma_z^2 = E[v_z v_z^T] = E[v_z^2] \\ \sigma_\tau^2 = E[v_\tau v_\tau^T] = E[v_\tau^2] \end{cases}$$

定义DOP(精度因子):

几何DOP-- $GDOP = \sqrt{h_{11} + h_{22} + h_{33} + h_{44}}$

位置DOP-- $PDOP = \sqrt{h_{11} + h_{22} + h_{33}}$

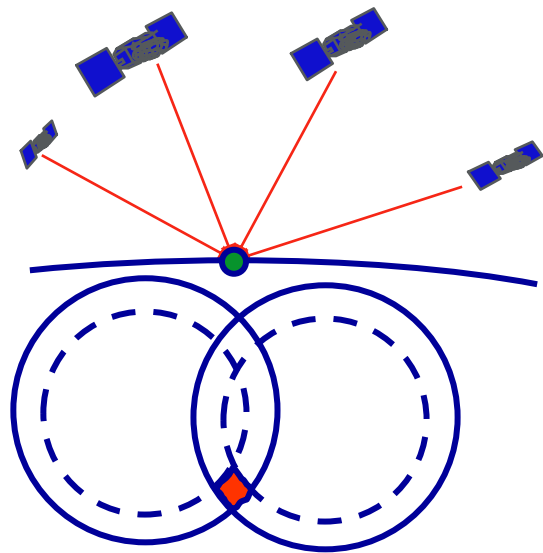
$H = (A^T A)^{-1}$ **水平DOP--** $HDOP = \sqrt{h_{11} + h_{22}}$

垂直DOP-- $VDOP = \sqrt{h_{33}}$

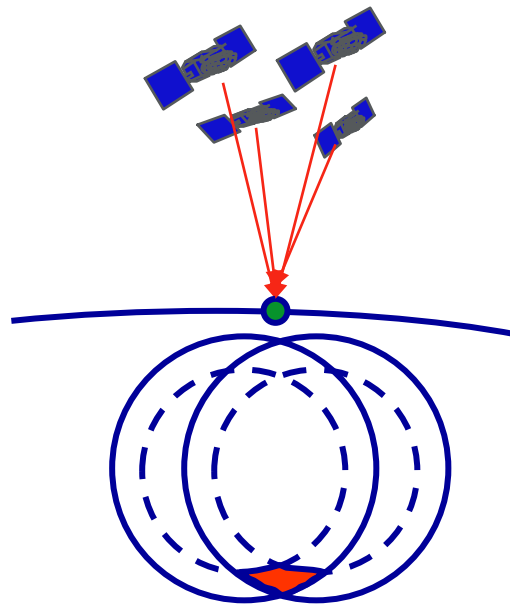
时间DOP-- $TDOP = \sqrt{h_{44}}/c$

伪距法定位精度

GDOP较好



GDOP较差

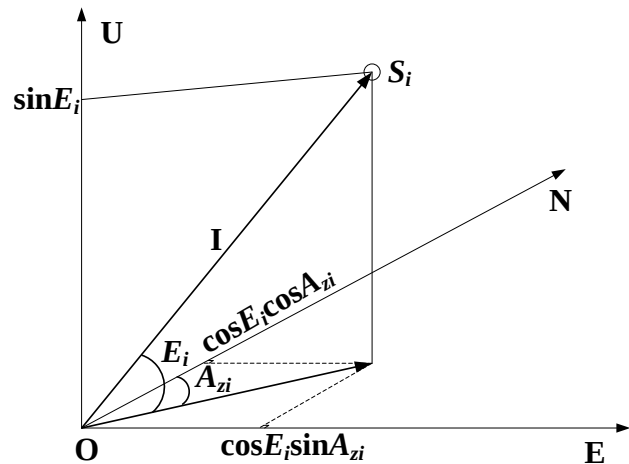


伪距法定位精度

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos(E_1)\sin(A_{z1}) & \cos(E_1)\cos(A_{z1}) & \sin(E_1) & -1 \\ \cos(E_2)\sin(A_{z2}) & \cos(E_2)\cos(A_{z2}) & \sin(E_2) & -1 \\ \cos(E_3)\sin(A_{z3}) & \cos(E_3)\cos(A_{z3}) & \sin(E_3) & -1 \\ \cos(E_4)\sin(A_{z4}) & \cos(E_4)\cos(A_{z4}) & \sin(E_4) & -1 \end{bmatrix}$$

	卫星 1	卫星 2	卫星 3	卫星 4
仰角	5°	5°	5°	90°
方位	0°	120°	240°	0°

$$\mathbf{H} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} 0.672 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.672 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.600 & 0.505 \\ 0.000 & 0.000 & 0.505 & 0.409 \end{bmatrix}$$



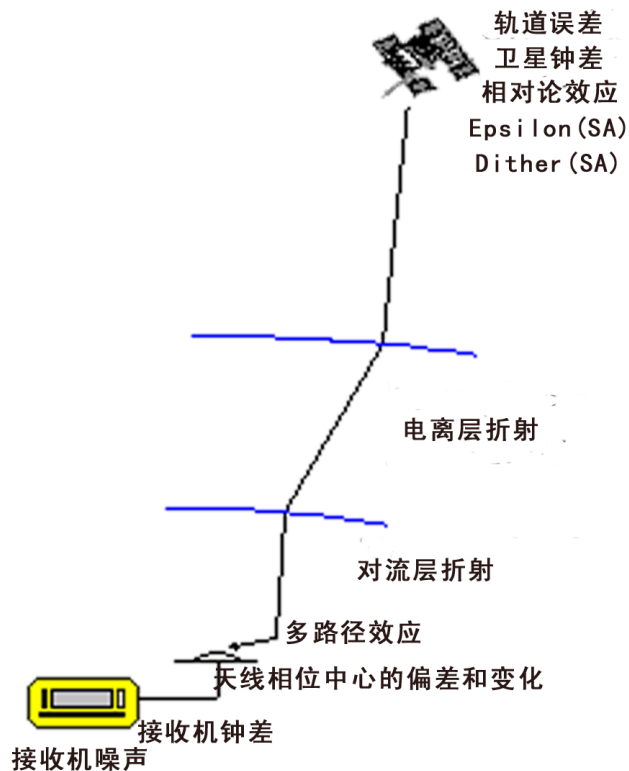
测量误差

卫星导航系统的组成:

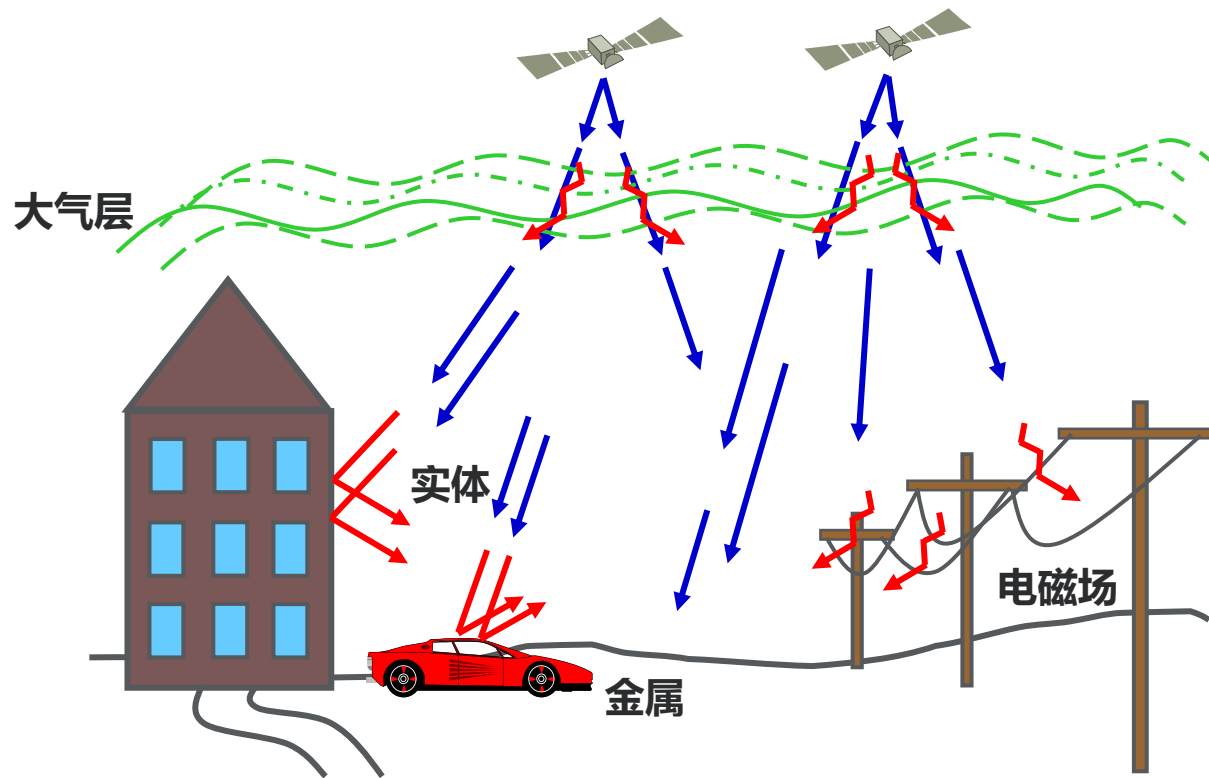
空间段 (卫星星座)

地面段 (控制部分)

用户段 (接收机)



测量误差



测量误差



测量误差

误差来源		对测距的影响 (m)
与信号传播有关的误差	电离层延迟	1.5~15.0
	对流层延迟	
	多径效应	
与卫星有关的误差	星历误差	1.5~15.0
	时钟误差	
	相对论效应	
与接收机有关的误差	时钟误差	1.5~5.0
	位置误差	
	天线相位中心变化	
其它误差	地球潮汐	1.0
	负荷潮	

伪距定位



主讲人：李亮