

# 运动方程中的转矩关系

主讲人：张敬南 副教授

# 主要内容

01 运动方程式及转速-转矩四象限

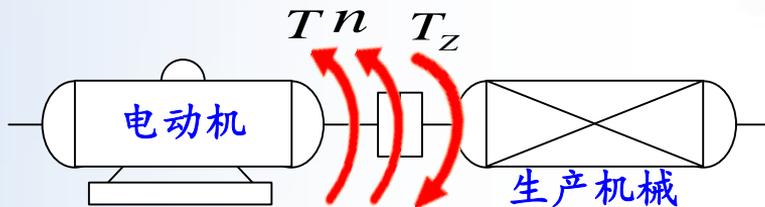
02 电动机的电磁转矩与机械特性

03 典型机械负载与负载特性

04 稳态平衡点

## (一) 运动方程式及转速-转矩四象限

### (1) 运动方程式



#### ① 转矩平衡方程式

$$T = T_z = T_0 + T_L \approx T_L$$

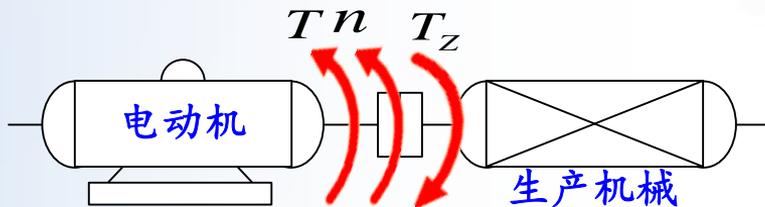
#### ② 运动方程式

$$T - T_z = J \frac{d\Omega}{dt}$$

式中， $J$ ——转动惯量（单位 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ）。

## (一) 运动方程式及转速-转矩四象限

### (1) 运动方程式



#### ① 转矩平衡方程式

$$T = T_z = T_0 + T_L \approx T_L$$

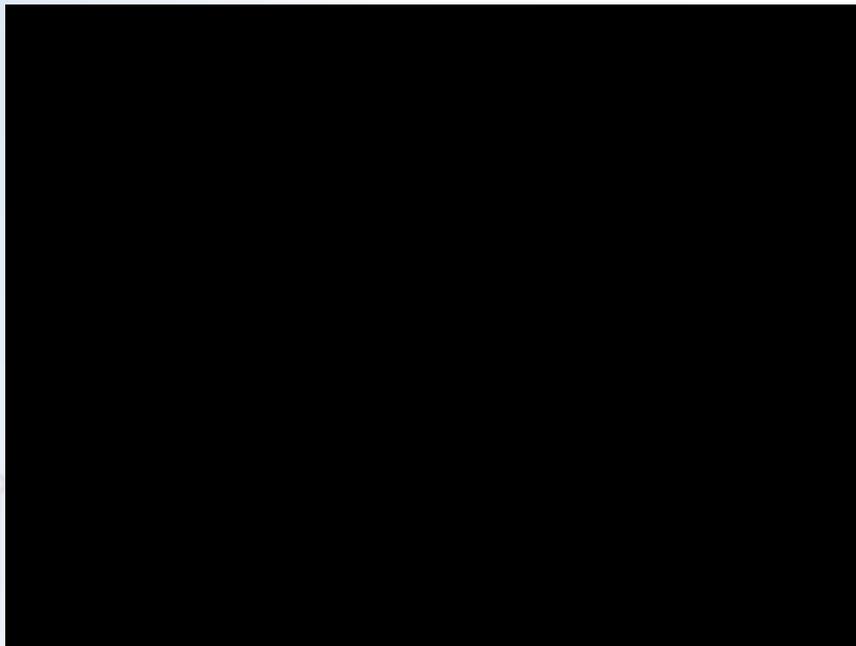
#### ② 运动方程式

$$T - T_z = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt}$$

式中， $GD^2$ ——飞轮惯量

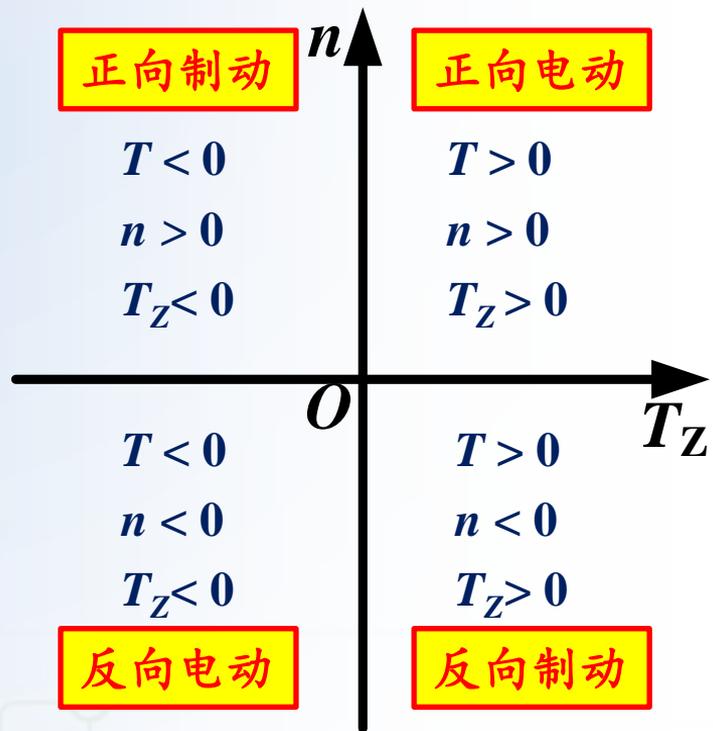
## (一) 运动方程式及转速-转矩四象限

### (1) 运动方程式



## (一) 运动方程式及转速-转矩四象限

### (2) 转速-转矩四象限



## (一) 运动方程式及转速-转矩四象限

### (2) 转速-转矩四象限

$$\pm T - (\pm T_z) = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{d(\pm n)}{dt}$$

电动机的电磁转矩和转速之间存在对应关系，对应了“电机学”中的机械特性：

$$n = f(T)$$

负载转矩对应了负载特性：

$$n = f(T_z)$$

显然，两个特性的交点，即  $T=T_z$ ，转速不变，为系统的平衡状态。

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (1) 直流电动机的电磁转矩与机械特性

根据“电机学”所学知识，电磁转矩可以写成：

$$T = K_T \Phi I_d = C_m I_d$$

磁场不变时，电磁转矩与电枢电流成正比，通过电枢电流控制可以直接控制电磁转矩。

直流电动机机械特性表达式：

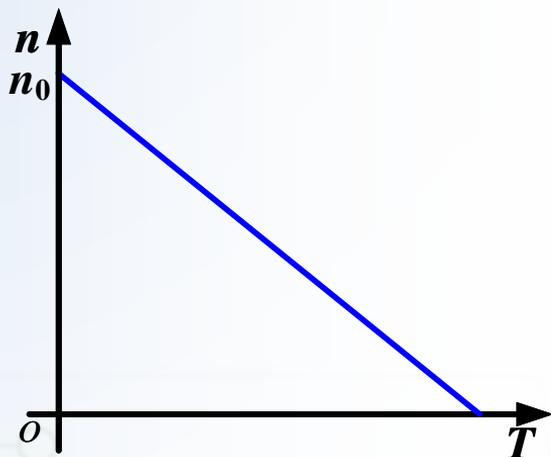
$$n = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{U}{K_e K_T \Phi^2} T = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{U}{K_e \Phi} I_d$$

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (1) 直流电动机的电磁转矩

直流电动机机械特性表达式：

$$n = \frac{U}{K_e \Phi} - \frac{U}{K_e K_T \Phi^2} T = n_0 - \beta T$$



直流电动机的机械特性

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (2) 异步电动机的电磁转矩与机械特性

根据“电机学”所学知识，电磁转矩的物理表达式为：

$$T = K_{m1} \Phi I_2 \cos \varphi_2$$

电磁转矩与转子电流有关之外，还与转子的功率因数有关，相对于直流电动机，通过电流控制电磁转矩变得复杂了。

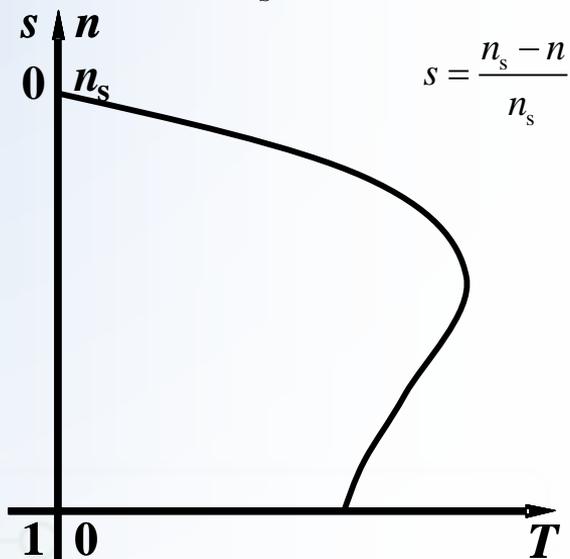
异步电动机的机械特性可以通过电磁转矩的参数表达式获得：

$$T = \frac{m_1}{\Omega_s} \frac{U_1^2}{(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + (X_1 + X_2')^2} \frac{R_2'}{s} \quad s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (2) 异步电动机的电磁转矩与机械特性

$$T = \frac{m_1}{\Omega_s} \frac{U_1^2}{(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + (X_1 + X_2')^2} \frac{R_2'}{s}$$



异步电动机的机械特性

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (3) 同步电动机的电磁转矩与机械特性

根据“电机学”所学知识，电磁转矩可以根据同步电动机的矩角特性确定：

$$T = m \frac{UE_0}{x_d \Omega_1} \sin \theta + m \frac{U^2}{2\Omega_1} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta = T' + T''$$

功率角 $\theta$ 为转子激磁磁场与合成等效磁场的夹角。

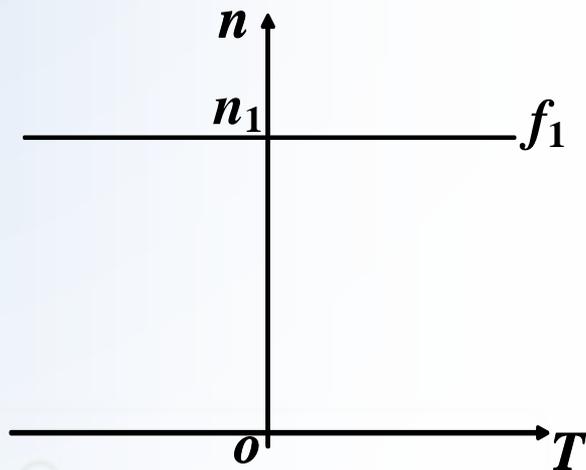
同步电动机的转速为同步转速，一定极对数下，频率不变，转速不变。

$$n = \frac{60f}{p}$$

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (3) 同步电动机的电磁转矩与机械特性

$$n = \frac{60f}{p}$$

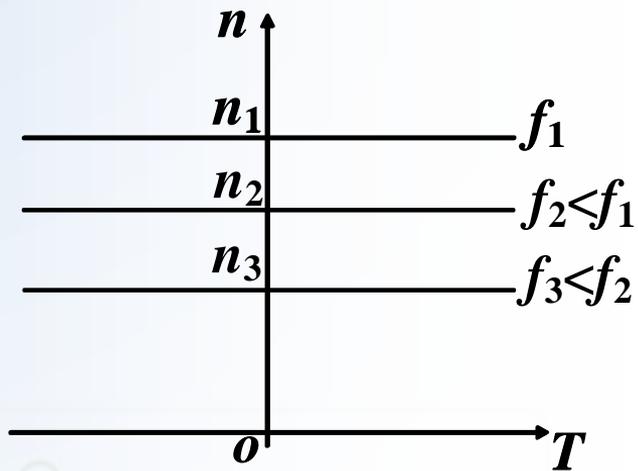


同步电动机的机械特性

## (二) 电动机的电磁转矩与机械特性

### (3) 同步电动机的电磁转矩与机械特性

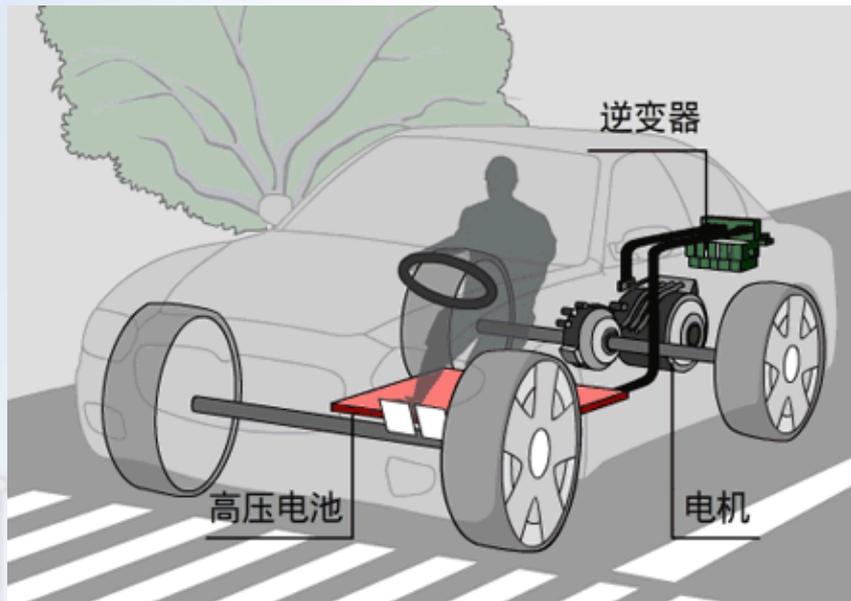
$$n = \frac{60f}{p}$$



同步电动机的机械特性

### (三) 典型机械负载与负载特性

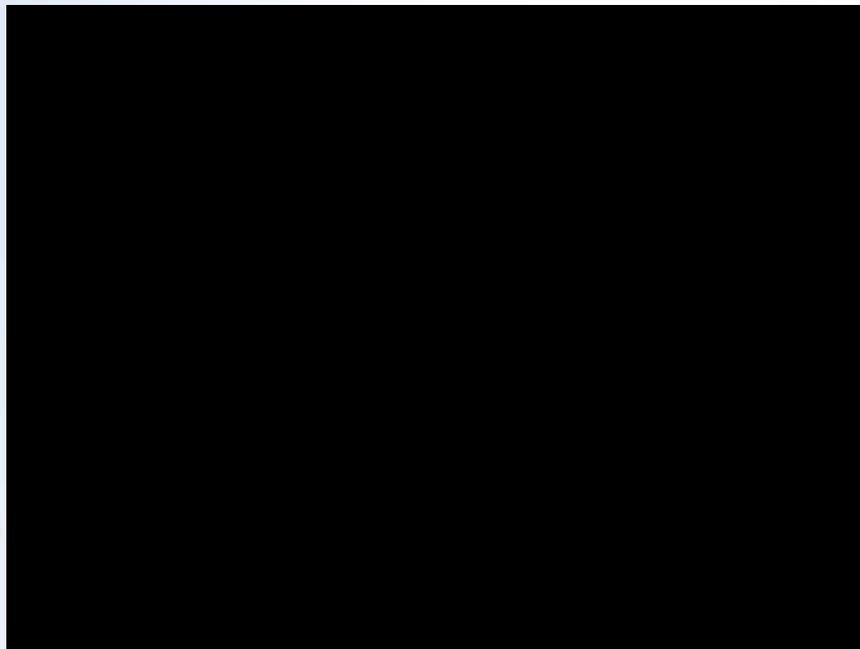
#### (1) 恒转矩负载



平移运动

## (三) 典型机械负载与负载特性

### (1) 恒转矩负载

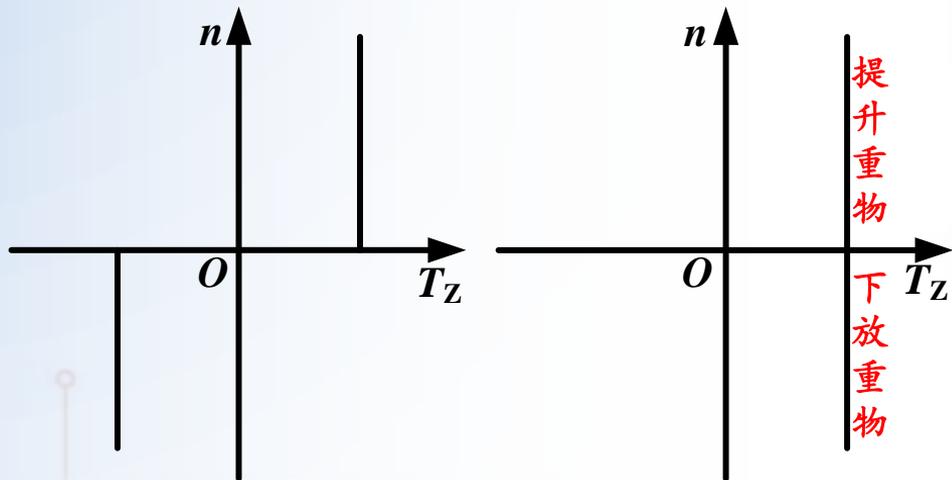


升降运动

### (三) 典型机械负载与负载特性

#### (1) 恒转矩负载

稳态时负载转矩为常数，与转速大小无关。



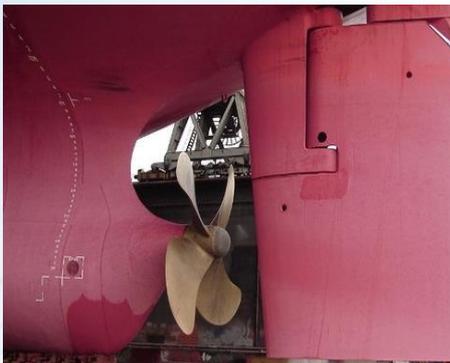
(a) 反抗性负载

(b) 位能性负载

恒转矩负载特性

### (三) 典型机械负载与负载特性

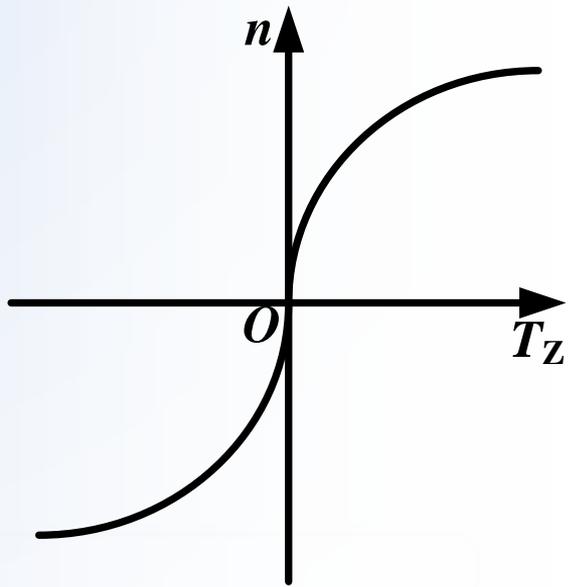
#### (2) 通风机类负载



### (三) 典型机械负载与负载特性

#### (2) 通风机类负载

稳态时负载转矩正比于转速的平方。

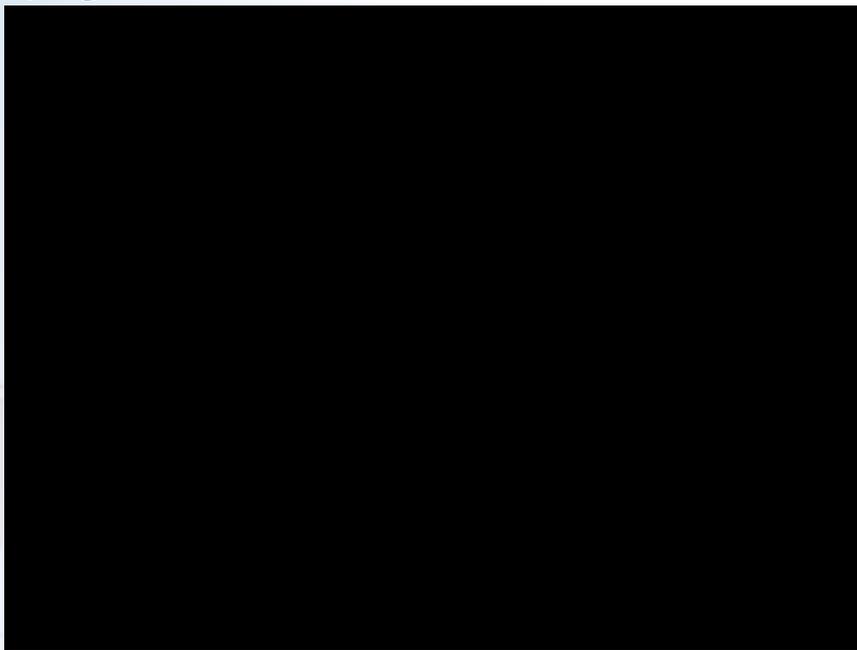


通风机类负载特性曲线

## (三) 典型机械负载与负载特性

### (3) 恒功率负载

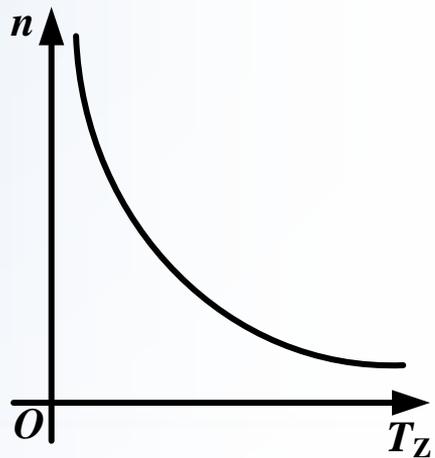
不同切削厚度，对应了不同的力矩和速度。



### (三) 典型机械负载与负载特性

#### (3) 恒功率负载

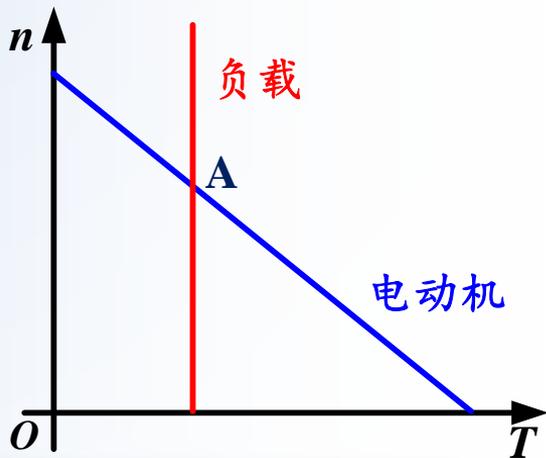
不同稳态转速时，功率不变，负载转矩反比于转速。



恒功率负载负载特性

#### (四) 稳态平衡点

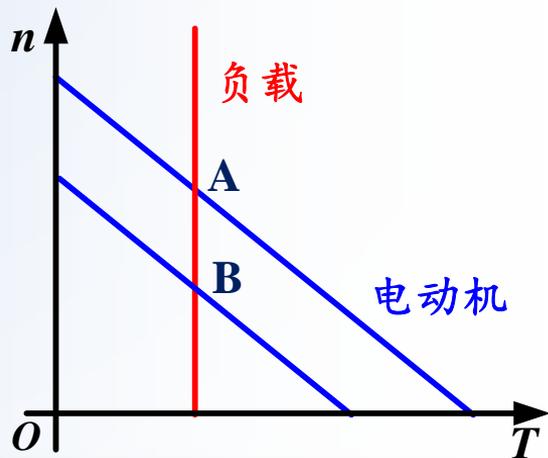
稳态运行时，驱动转矩与制动转矩平衡，即电动机的机械特性与负载的负载特性的交点为稳态平衡点。



稳态平衡点

#### (四) 稳态平衡点

如果负载转矩不变，改变机械特性就可以获得新的稳态平衡点，则速度改变。



稳态平衡点

# 主要内容

01 运动方程式及转速-转矩四象限

02 电动机的电磁转矩

03 典型机械负载的转矩

04 稳态平衡点

# 运动方程中的转矩关系

主讲人：张敬南 副教授