异步电动机在正交坐标系上的动态数学模型

主讲人：游江 副教授

主 要 内 容

- 电压方程的变换
- 磁链方程的变换
- 转矩方程的转换
- 三相异步电动机在任意正交坐标系上的动态数学模型

（一）电压方程的变换

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi-120°) & -\sin(\varphi-120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi+120°) & -\sin(\varphi+120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{s0} \end{bmatrix}$$

（一）电压方程的变换

- **A相电压**

$$u_A = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(u_{sd}\cos\varphi - u_{sq}\sin\varphi + \frac{1}{2}u_{s0}\right)$$

- **A相电流和A相磁链**

$$i_A = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_{sd}\cos\varphi - i_{sq}\sin\varphi + \frac{1}{2}i_{s0}\right)$$

$$\psi_A = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\psi_{sd}\cos\varphi - \psi_{sq}\sin\varphi + \frac{1}{2}\psi_{s0}\right)$$

（一）电压方程的变换

- **静止坐标系下的A相电压方程**

$$u_A = i_A R_s + p\psi_A$$

- **带入u_A，i_A，ψ_A的表达式**

$$\left(u_{sd} - R_s i_{sd} - p\psi_{sd} + \psi_{sq} p\varphi\right)\cos\varphi -$$
$$\left(u_{sq} - R_s i_{sq} - p\psi_{sq} - \psi_{sd} p\varphi\right)\sin\varphi +$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u_{s0} - R_s i_{s0} - p\psi_{s0}\right) = 0$$

- **令$p\varphi=\omega_{dqs}$为dq0旋转坐标系相对定子的角速度**

（一）电压方程的变换

$$\begin{cases} u_{sd} = R_s i_{sd} + p\psi_{sd} - \omega_{dqs}\psi_{sq} \\ u_{sq} = R_s i_{sq} + p\psi_{sq} + \omega_{dqs}\psi_{sd} \\ u_{s0} = R_s i_{s0} + p\psi_{s0} \end{cases}$$

- 同理，可得变换之后的转子电压方程

$$\begin{cases} u_{rd} = R_r i_{rd} + p\psi_{rd} - \omega_{dqr}\psi_{rq} \\ u_{rq} = R_r i_{rq} + p\psi_{rq} + \omega_{dqr}\psi_{rd} \\ u_{r0} = R_r i_{r0} + p\psi_{r0} \end{cases}$$

- ω_{dqr} 为dq0旋转坐标系相对转子的角速度

（二）磁链方程的变换

$$C_{3s/2r}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos\varphi_s & \cos\left(\varphi_s-120^\circ\right) & \cos\left(\varphi_s+120^\circ\right)\\ -\sin\varphi_s & -\sin\left(\varphi_s-120^\circ\right) & -\sin\left(\varphi_s+120^\circ\right)\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

$$C_{3r/2r}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\cos\varphi_r & \cos\left(\varphi_r-120^\circ\right) & \cos\left(\varphi_r+120^\circ\right)\\ -\sin\varphi_r & -\sin\left(\varphi_r-120^\circ\right) & -\sin\left(\varphi_r+120^\circ\right)\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

（二）磁链方程的变换

- **磁链变换方程**

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{s0} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \\ \psi_{r0} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \boldsymbol{C}_{3s/2r} & \boldsymbol{O} \\ \hdashline \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_{3r/2r} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \psi_{A} \\ \psi_{B} \\ \psi_{C} \\ \psi_{a} \\ \psi_{b} \\ \psi_{c} \end{bmatrix}$$

（二）磁链方程的变换

- 磁链变换方程

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}_s\\ \boldsymbol{\psi}_r\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr}\\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}_s\\ \mathbf{i}_r\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\psi_{sd}\\ \psi_{sq}\\ \psi_{s0}\\ \psi_{rd}\\ \psi_{rq}\\ \psi_{r0}\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c:c}\boldsymbol{C}_{3s/2r} & \boldsymbol{O}\\ \hdashline \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}_{3r/2r}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c:c}\boldsymbol{L}_{ss} & \boldsymbol{L}_{sr}\\ \hdashline \boldsymbol{L}_{rs} & \boldsymbol{L}_{rr}\end{array}\right]\left[\begin{array}{c:c}\boldsymbol{C}^{-1}{}_{3s/2r} & \boldsymbol{O}\\ \hdashline \boldsymbol{O} & \boldsymbol{C}^{-1}{}_{3r/2r}\end{array}\right]\begin{bmatrix}i_{ds}\\ i_{qs}\\ i_{0s}\\ i_{dr}\\ i_{qr}\\ i_{0r}\end{bmatrix}$$

（二）磁链方程的变换

- **dq0坐标系上的磁链方程**

$$\begin{bmatrix}\psi_{sd}\\ \psi_{sq}\\ \psi_{s0}\\ \psi_{rd}\\ \psi_{rq}\\ \psi_{r0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0\\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0\\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 & 0\\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0\\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{lr}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\\ i_{s0}\\ i_{rd}\\ i_{rq}\\ i_{r0}\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}L_r=\dfrac{3}{2}L_{ms}+L_{lr}=L_m+L_{lr}\\ L_s=\dfrac{3}{2}L_{ms}+L_{ls}=L_m+L_{ls}\end{cases},\quad\left(L_m=\dfrac{3}{2}L_{ms}\right)$$

（三）转矩方程的转换

- **磁链的零轴分量**

$$\psi_{s0}=L_{ls}i_{s0}$$
$$\psi_{r0}=L_{lr}i_{r0}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

（三）转矩方程的转换

- **ABC三相坐标系上的转矩方程**

$$T_e = -n_p L_{ms} \begin{bmatrix} (i_A i_a + i_B i_b + i_C i_c)\sin\varphi + \\ (i_A i_b + i_B i_c + i_C i_a)\sin(\varphi + 120^\circ) + \\ (i_A i_c + i_B i_a + i_C i_b)\sin(\varphi - 120^\circ) \end{bmatrix}$$

（三）转矩方程的转换

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\varphi_s & -\sin\varphi_s & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi_s - 120°) & -\sin(\varphi_s - 120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi_s + 120°) & -\sin(\varphi_s + 120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{s0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\varphi_r & -\sin\varphi_r & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi_r - 120°) & -\sin(\varphi_r - 120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\varphi_r + 120°) & -\sin(\varphi_r + 120°) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \\ i_{r0} \end{bmatrix}$$

$$\theta = \theta_s - \theta_r$$

$$\boxed{T_e = n_p L_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq})}$$

（四）三相异步电动机在任意正交坐标系上的动态数学模型

- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s p & -\omega_{dqs} L_s & L_m p & -\omega_{dqs} L_m \\ \omega_{dqs} L_s & R_s + L_s p & \omega_{dqs} L_m & L_m p \\ L_m p & -\omega_{dqr} L_m & R_r + L_r p & -\omega_{dqr} L_r \\ \omega_{dqr} L_m & L_m p & \omega_{dqr} L_r & R_r + L_r p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

式中： $\omega_{dqs} = \omega_{dq0} - \omega_1$， $\omega_{dqr} = \omega_{dq0} - \omega$

- 磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

- 转矩方程 $T_e = n_p L_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq})$

（四）三相异步电动机在任意正交坐标系上的动态数学模型

讨论：

- 若$\omega_{dq0}=0$，则$\omega_{dqs}=-\omega_1$，$\omega_{dqr}=-\omega$，上述模型变为两相静止坐标系上的数学模型
- 若$\omega_{dq0}=0$，则$\omega_{dqs}=-\omega_1$，$\omega_{dqr}=-\omega$，上述模型变为两相同步旋转坐标系上的数学模型

异步电动机在正交坐标系上的动态数学模型

主讲人：游江 副教授