

MECHANICS

力偶系的合成与平衡

主讲教师：朱公志

单 位：大连海事大学

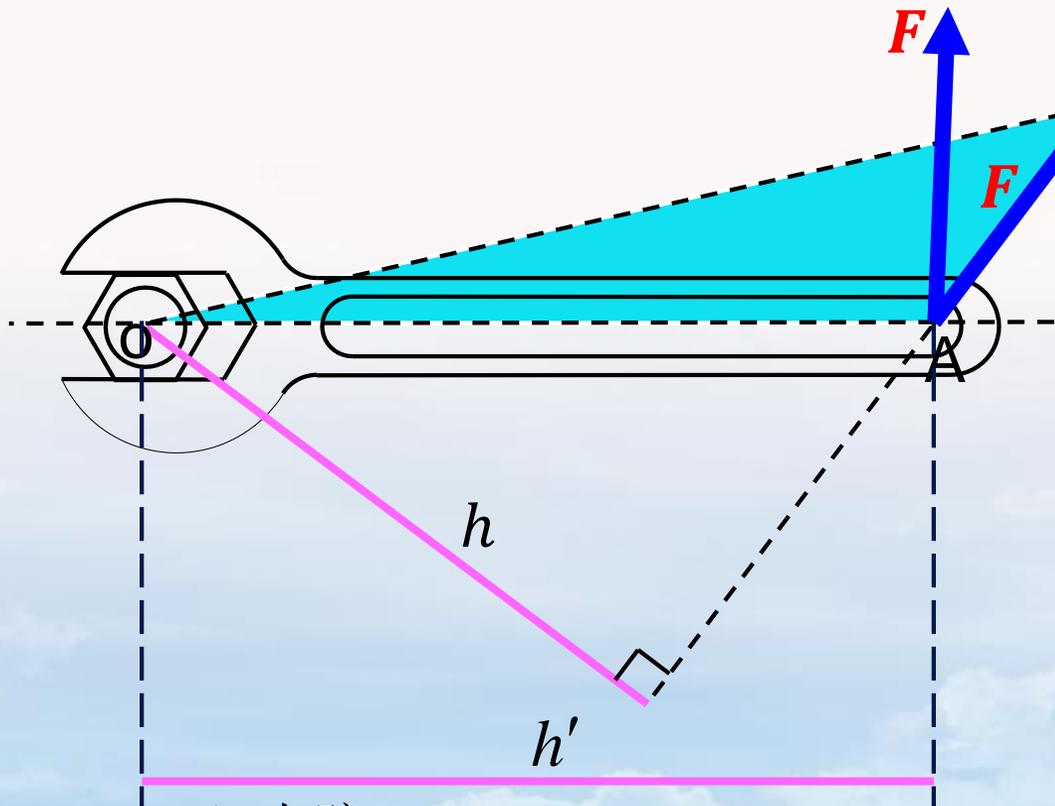


力对点之矩



力对点之矩

平面一般力系中 力对点的矩



- ◆ 力臂
- ◆ 矩心
- ◆ 力矩的作用面

F 力使物体绕 O 点转动的效果，用力的大小 F 和力臂 h 的乘积 Fh 和力绕 O 点的转向来度量。

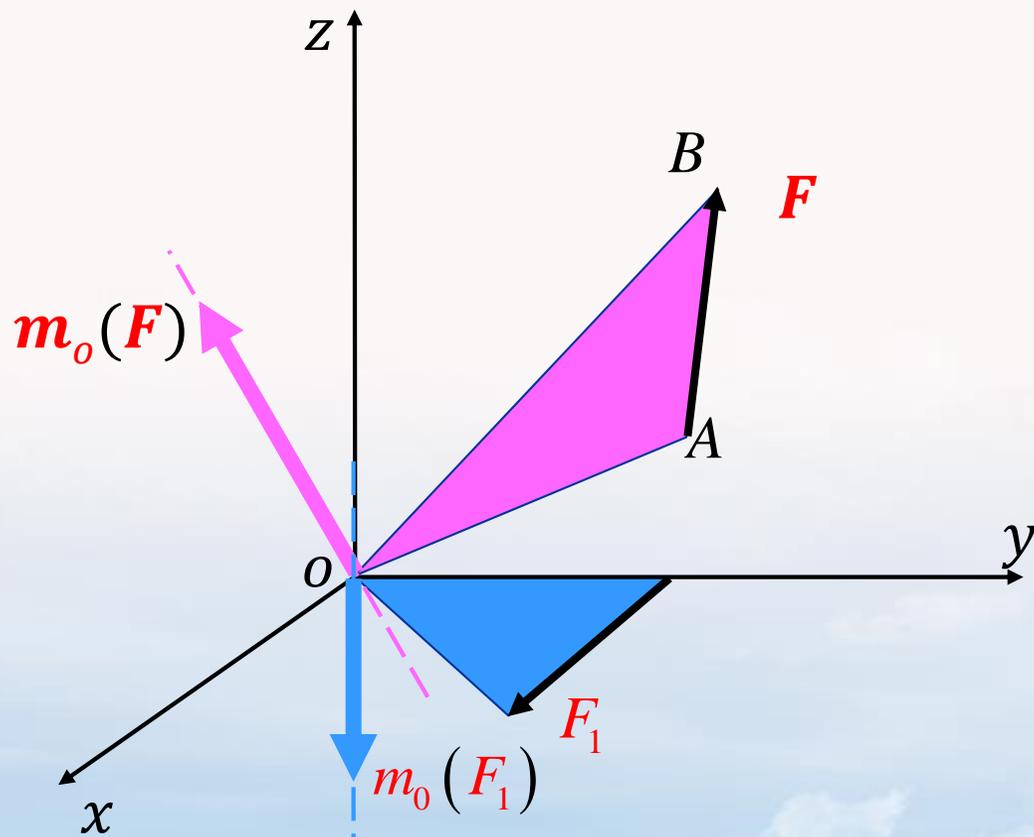
这两个因素可以用一个代数量包括无遗，这个代数量称为力对点的矩（力矩）。

$$m_o(\mathbf{F}) = \pm Fh = \pm 2\Delta OAB$$

注意力矩为零的两种情况。



空间力系中力对点之矩



✿力对点矩的三要素不能用代数
量来表示，只能用**矢量**表示。

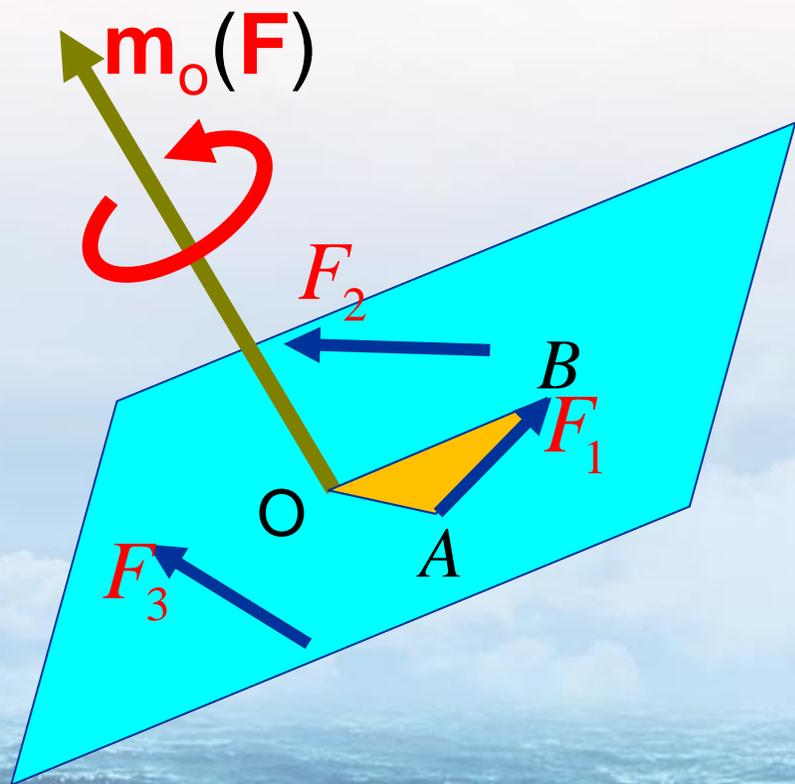
- 力 F 对 O 点的矩取决于以下四个要素：
1. 力对哪一点取矩。
 2. 力矩作面的方位。
 3. 在力矩作用面内，力绕矩心 O 转向。
 4. 力矩的大小。

定位矢量



力对点之矩

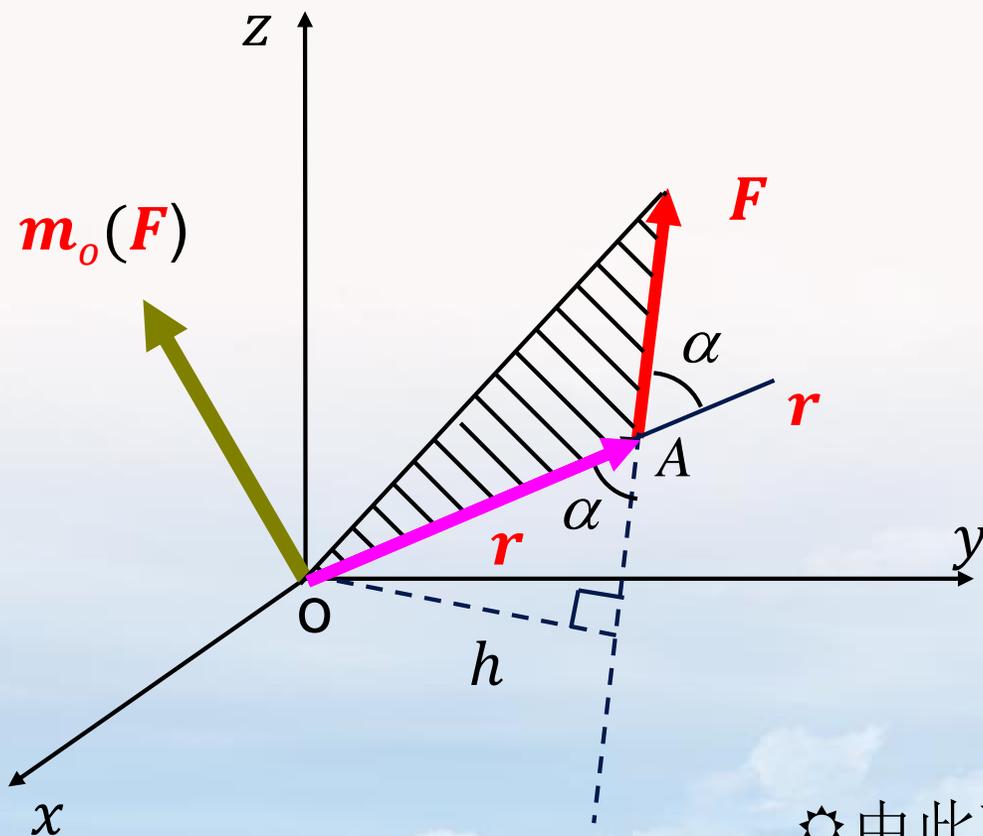
✿ 力对点矩的三要素不能用代数量来表示，只能用**矢量**表示。



$$|m_o(F)| = 2\Delta OAB$$



力对点之矩



➤大小: $|m_o(F)| = |F| \cdot h$
 $= |F| \cdot |r| \cdot \sin \alpha$

➤矢量的方位: 通过o点, 并且和力与矩心组成的平面的法线的方向相同。

➤指向: 用右手定则确定。

✿由此可以看出, $m_o(F)$ 的大小和方向与 $r \times F$ 的大小和方向是相同的, 所以

$$m_o(F) = r \times F$$

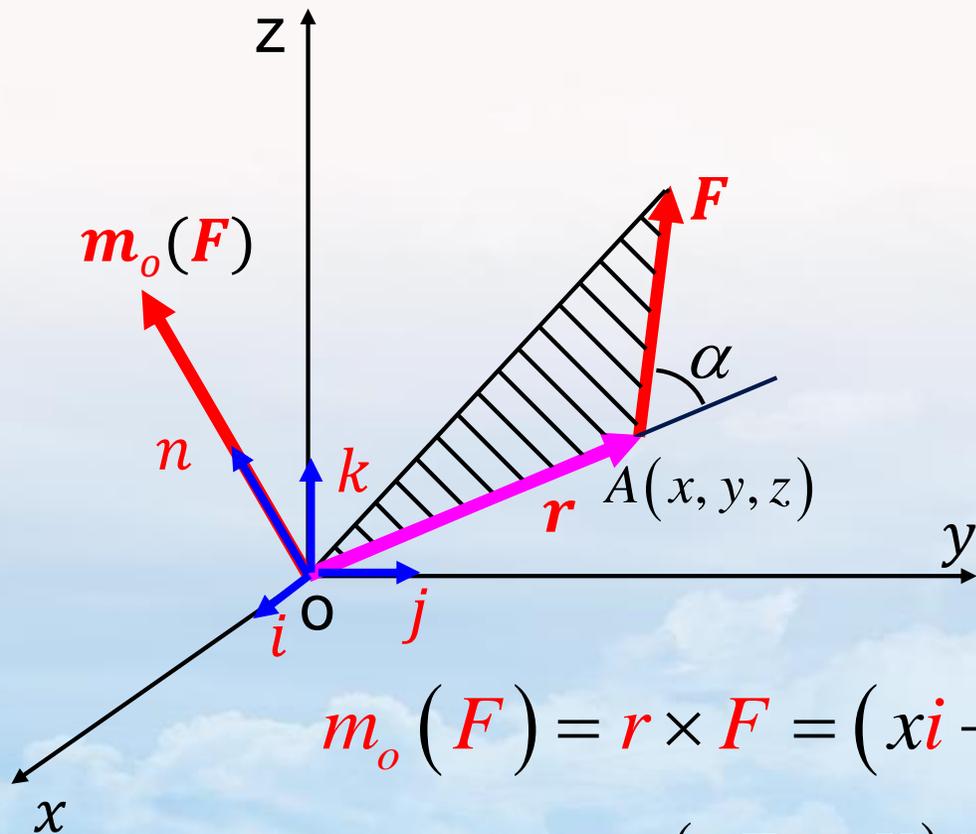


空间一般力系中 力对点的矩

$$i \times i = |i| \cdot |i| \cdot \sin 0^\circ = 0$$

$$i \times j = |i| \cdot |j| \cdot \sin 90^\circ = k$$

如何来计算 $m_o(F) = r \times F$ 的大小?



$$m_o(F) = r \times F$$

$$r = xi + yj + zk$$

$$F = Xi + Yj + Zk$$

$$i \times i = 0$$

$$i \times j = k$$

$$j \times j = 0$$

$$j \times k = i$$

$$k \times k = 0$$

$$k \times j = -i$$

$$\begin{aligned} m_o(F) &= r \times F = (xi + yj + zk) \times (Xi + Yj + Zk) \\ &= (yZ - zY)i + (zX - xZ)j + (xY - yX)k \end{aligned}$$



空间一般力系中 力对点的矩

$$\begin{aligned} m_o(F) &= r \times F = (xi + yj + zk) \times (Xi + Yj + Zk) \\ &= (yZ - zY)i + (zX - xZ)j + (xY - yX)k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_o(F) &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} y & z \\ Y & Z \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} x & z \\ X & Z \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} x & y \\ X & Y \end{vmatrix} k \end{aligned}$$

$$= (yZ - zY)i + (zX - xZ)j + (xY - yX)k$$

