动 量 定 理

航海力学

二、动量定理

1. 质点的动量定理

$$ma = F \rightarrow m\frac{dv}{dt} = F \rightarrow d(mv) = Fdt$$

$$\frac{d(mv)}{dt} = F$$

➢ **微分形式的质点动量定理**：质点的动量对时间的一阶导数，等于作用于质点上的力。

动量定理和质心运动定理

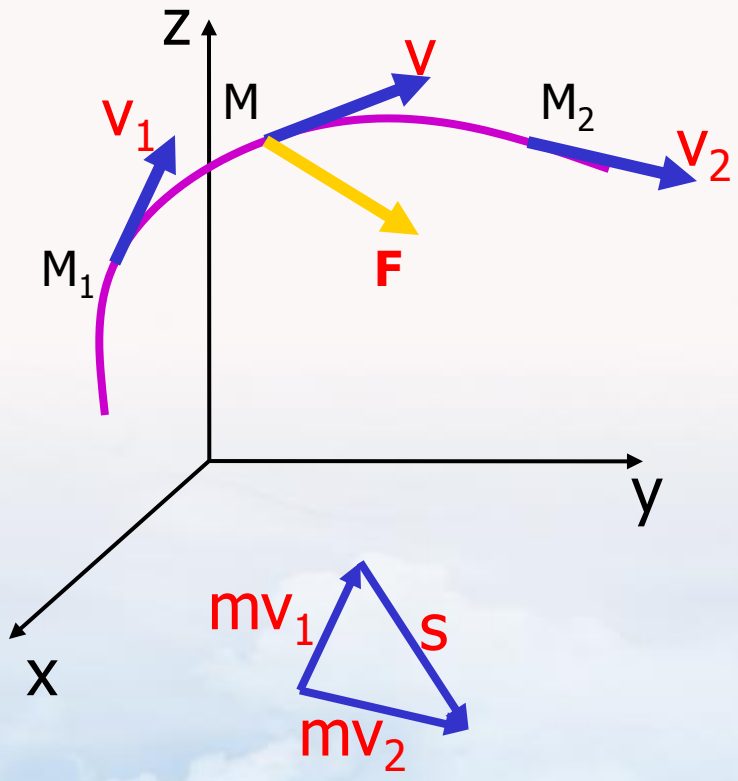
$$\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}=\boldsymbol{F}$$

$$\Downarrow$$

$$d(m\boldsymbol{v})=\boldsymbol{F}dt$$

$$\Downarrow \quad \text{积分}$$

$$m\boldsymbol{v}_2-m\boldsymbol{v}_1=\int_0^t \boldsymbol{F}dt=\boldsymbol{S}$$



- **积分形式的质点动量定理**：在某一时间间隔内质点动量的变化等于作用力在该时间间隔内力的冲量。

动量定理和质心运动定理

2. 质点系的动量定理

设质点系由n个质点组成。其中，第i个质点的质量为m_i，速度为 v_i ，则

$$\frac{d(m_i v_i)}{dt} = F \quad , \quad i = 1, 2, \cdots, n$$

$$\frac{d(m_i v_i)}{dt} = F_i^{(e)} + F_i^{(i)}$$

外力　　内力

动量定理和质心运动定理

$$\frac{d(m_i v_i)}{dt} = F_i^{(e)} + F_i^{(i)}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{d(m_1 v_1)}{dt} = F_1^{(e)} + F_1^{(i)} \\ \dfrac{d(m_2 v_2)}{dt} = F_2^{(e)} + F_2^{(i)} \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ \dfrac{d(m_n v_n)}{dt} = F_n^{(e)} + F_n^{(i)} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

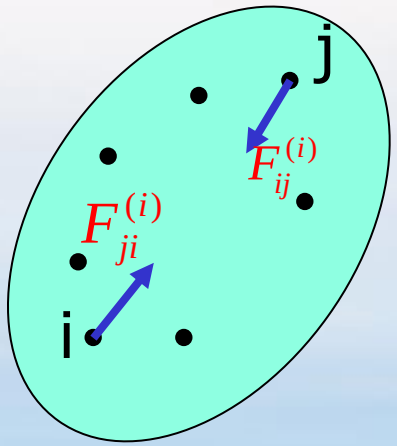
$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right) = \sum_{i=1}^{n} F_i^{(e)} + \sum_{i=1}^{n} F_i^{(i)}$$

动量定理和质心运动定理

$$\frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_i\right) = \sum_{i=1}^{n} F_i^{(e)} + \sum_{i=1}^{n} F_i^{(i)}$$

$$\| \qquad \| \qquad \|$$

$$K \qquad R \qquad 0$$



$$\frac{d}{dt}K = \sum_{i=1}^{n} F_i^{(e)} = R$$

- **微分形式的质点系动量定理**：质点系的动量对时间的一阶导数，等于作用在该质点系的外力的矢量和。

动量定理和质心运动定理

$$\frac{d}{dt}K=\sum_{i=1}^{n}F_i^{(e)}=R$$

在实际计算中，采用上式的投影形式：

$$\frac{dK_x}{dt}=\sum F_{ix}^{(e)}=R_x^{(e)}$$

$$\frac{dK_y}{dt}=\sum F_{iy}^{(e)}=R_y^{(e)}$$

$$\frac{dK_z}{dt}=\sum F_{iz}^{(e)}=R_z^{(e)}$$

动量定理和质心运动定理

$$\frac{d}{dt}K=\sum_{i=1}^{n}F_i^{(e)}=R$$

在时间间隔（0-t）内，质点系的初动量为 K_1，末动量为 K_2，积分，得：

$$K_2-K_1=\sum\int_0^t F_i^{(e)}dt=\sum S^{(e)}$$

- **积分形式的质点系动量定理**：**质点系动量**在一段时间间隔内的变化等于作用于该质点系上所有**外力**在**同一时间间隔内**的**冲量**的**矢量和**。

其投影形式为：

$$K_{2x}-K_{1x}=\sum S_{ix}^{(e)},K_{2y}-K_{1y}=\sum S_{iy}^{(e)},K_{2z}-K_{1z}=\sum S_{iz}^{(e)}$$