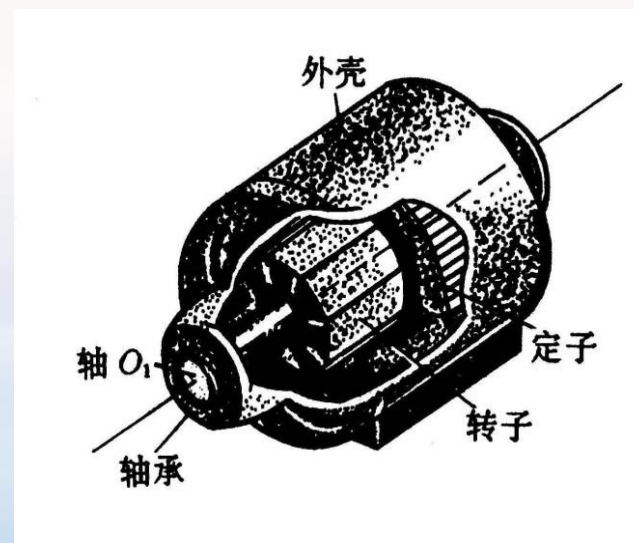
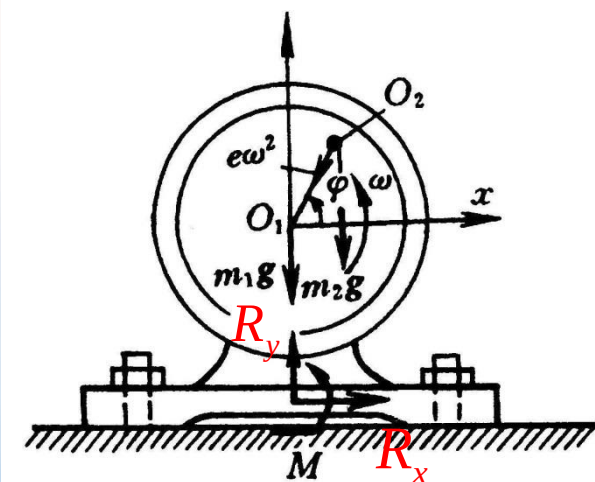


# 例题二



## 例题二 动量定理

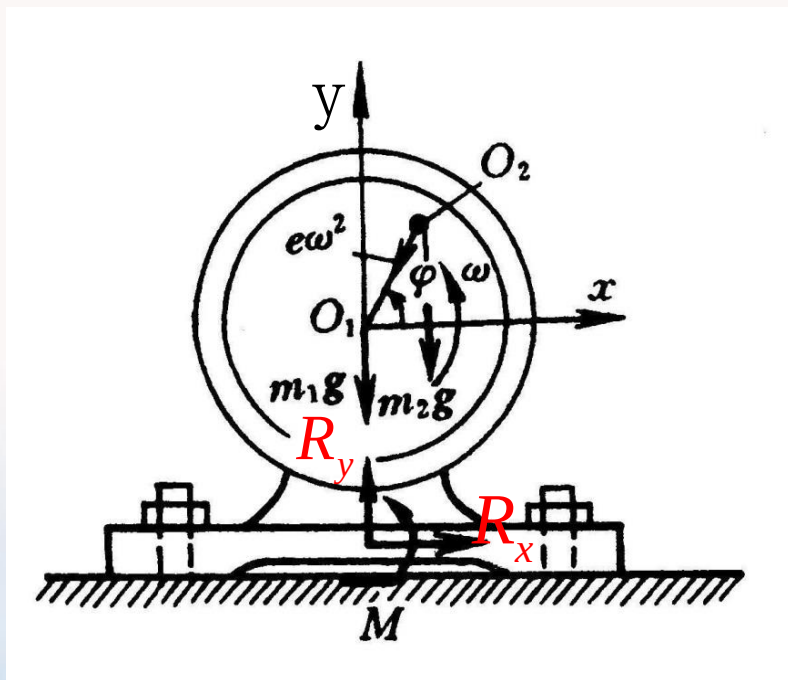
电机定子和转子的质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ 。转子的轴通过定子的质心 $O_1$ 。但由于制造误差，转子质心 $O_2$ 到 $O_1$ 的距离为 $e$ ，电机用螺钉固定在水平底座上，转子匀速转动，角速度为 $\omega$ 。求：底座和螺栓对电机的力。



- 解：1. 取电机定子（含外壳）及转子组成的质点系为研究对象。
2. 受力如图所示。
3. 转子绕轴作偏心转动。



## 例题二 动量定理



解法一：质心运动定理

$$M\mathbf{a}_c = \mathbf{R}$$



$$\begin{cases} Ma_{cx} = \sum X \\ Ma_{cy} = \sum Y \end{cases}$$

解：定子质心 $O_1$ 的坐标为  $x_1 = y_1 = 0$

转子质心 $O_2$ 的坐标为  $x_2 = e \cos \omega t, y_2 = e \sin \omega t$



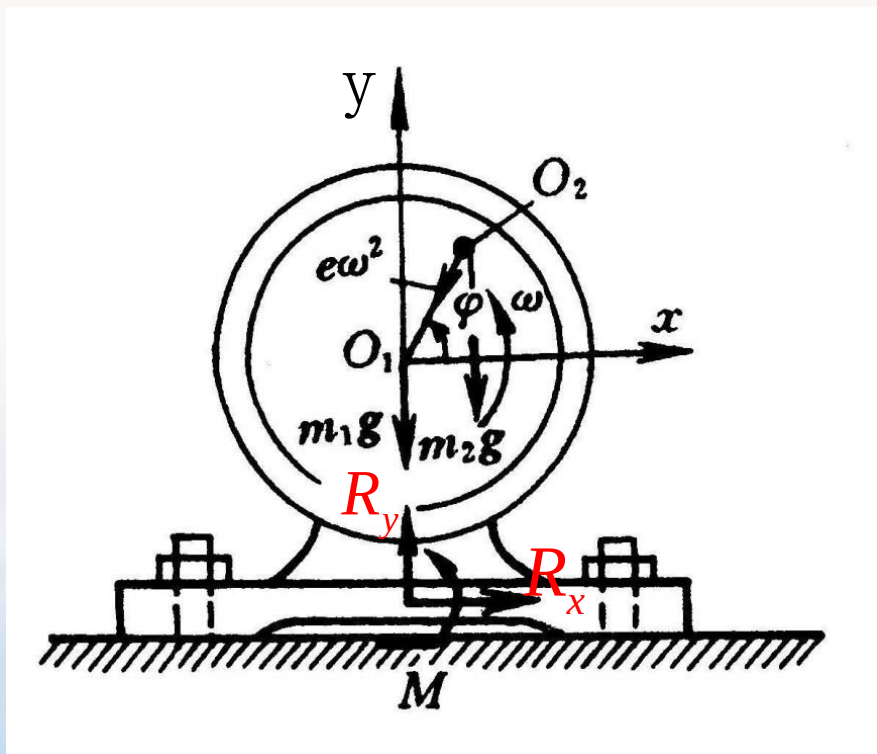
## 例题二 动量定理

则，系统质心C的坐标：

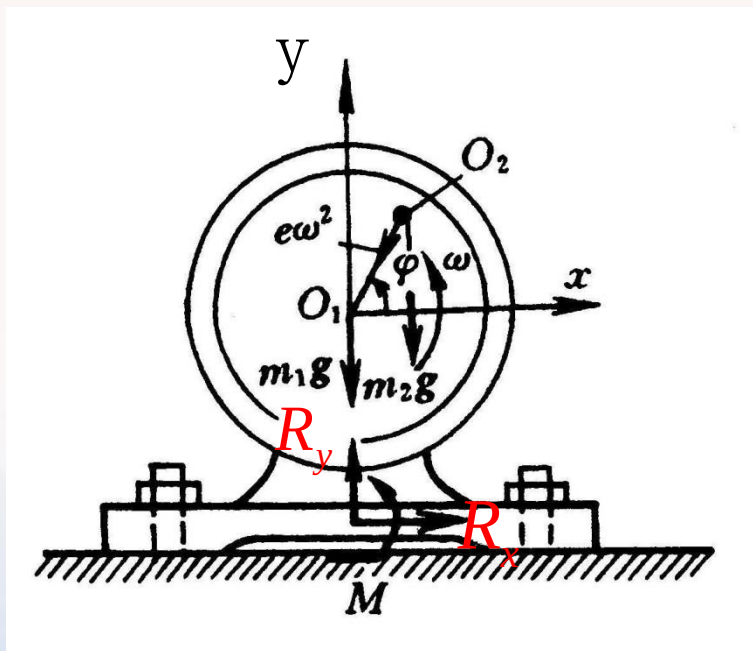
$$\begin{cases} x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} e \cos \omega t \\ y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} e \sin \omega t \end{cases}$$

将上式对时间求二阶导数，得：

$$\begin{cases} a_{cx} = \frac{d^2 x_c}{dt^2} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} e \omega^2 \cos \omega t \\ a_{cy} = \frac{d^2 y_c}{dt^2} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} e \omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$



## 例题二 动量定理



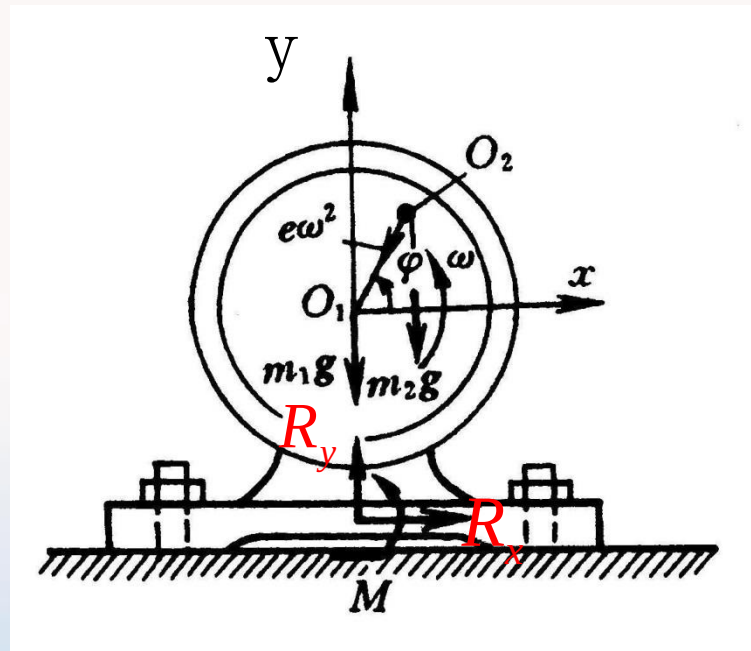
根据质心运动定律：

$$Ma_{cx} = \sum X, (m_1 + m_2) \left[ -\frac{m_2}{m_1 + m_2} e \omega^2 \cos \omega t \right] = R_x$$

$$Ma_{cy} = \sum Y, (m_1 + m_2) \left[ -\frac{m_2}{m_1 + m_2} e \omega^2 \sin \omega t \right] = R_y - m_1 g - m_2 g$$



## 例题二 动量定理



解得：

$$\begin{cases} R_x = -m_2 e \omega^2 \cos \omega t \\ R_y = (m_1 + m_2)g - m_2 e \omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$



## 例题二 动量定理

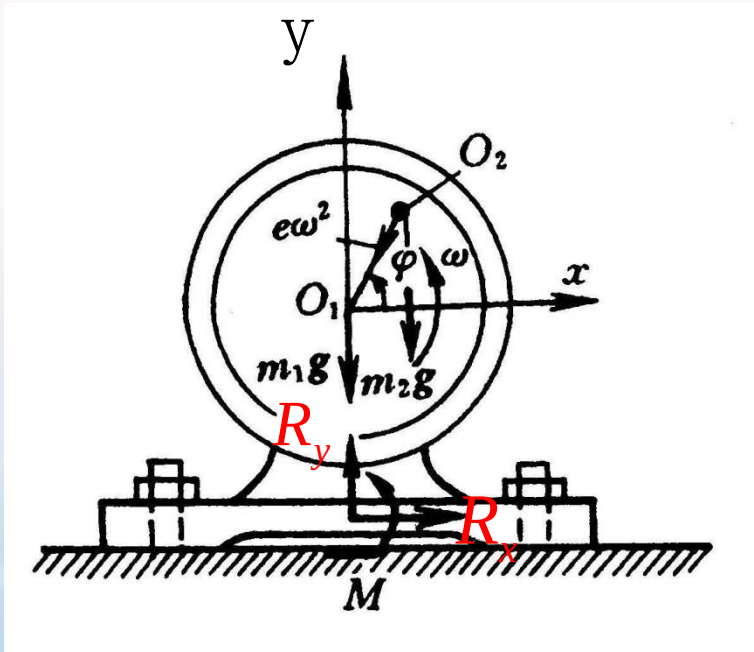
解法二:  $M\mathbf{v}_c = \sum m_i \mathbf{v}_i$

$$M\mathbf{a}_c = \sum m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{R}$$

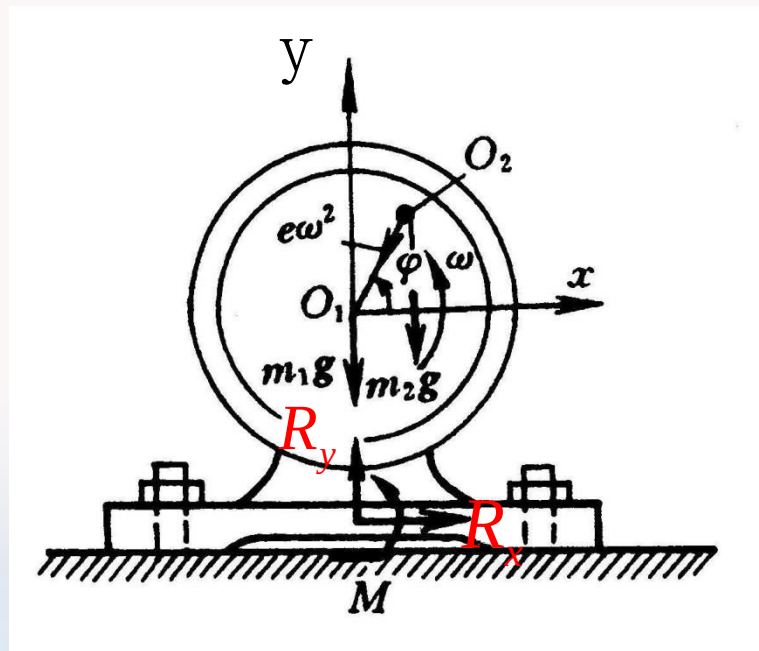
$$\sum m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{R}$$

$$\sum m_i a_{ix} = R_x$$

$$\sum m_i a_{iy} = R_y$$



## 例题二 动量定理



解法二

$$\sum m_i a_{ix} = R_x$$

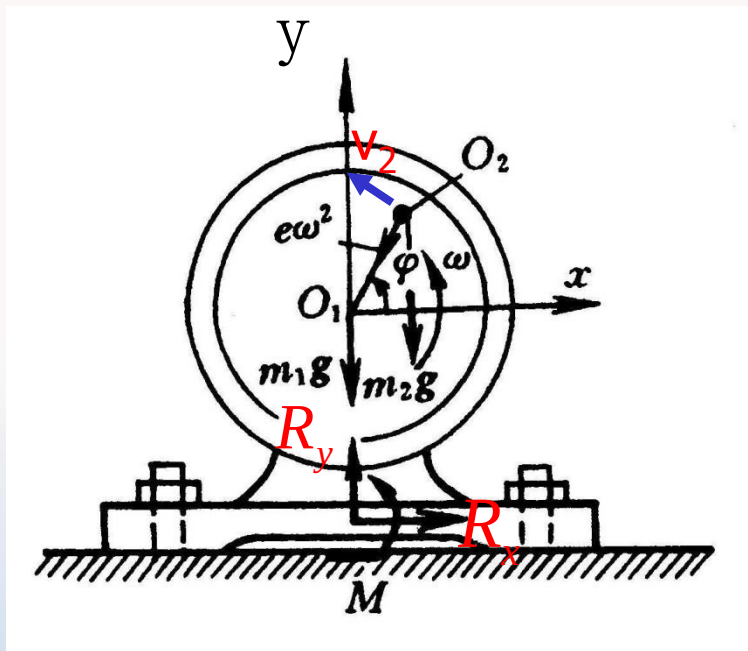
$$\sum m_i a_{iy} = R_y$$

解：电机的定子及转子的加速度分别为： $a_1 = 0, a_2 = e\omega^2$

$$\begin{cases} \sum m_i a_{ix} = \sum X, m_1 \cdot 0 + m_2 (-a_2 \cos \omega t) = R_x \\ \sum m_i a_{iy} = \sum Y, m_1 \cdot 0 + m_2 (-a_2 \sin \omega t) = R_y - m_1 g - m_2 g \end{cases}$$



## 例题二 动量定理



解得：

$$\begin{cases} R_x = -m_2 e \omega^2 \cos \omega t \\ R_y = (m_1 + m_2) g - m_2 e \omega^2 \sin \omega t \end{cases}$$

