

MECHANICS

转动惯量的性质

主讲教师：朱公志

单 位：大连海事大学



转动惯量的性质



动量矩定理和定轴转动微分方程

刚体对z轴的转动惯量：

$$J_z = \sum m_i r_i^2$$

- J_z 与质量**有关**
- 还与质量相对于轴的分布**有关**
- 与刚体的运动状态**无关**
- 刚体对任一与之固连的轴的转动惯量都是一个**常量**。
- J_z 恒为正值。



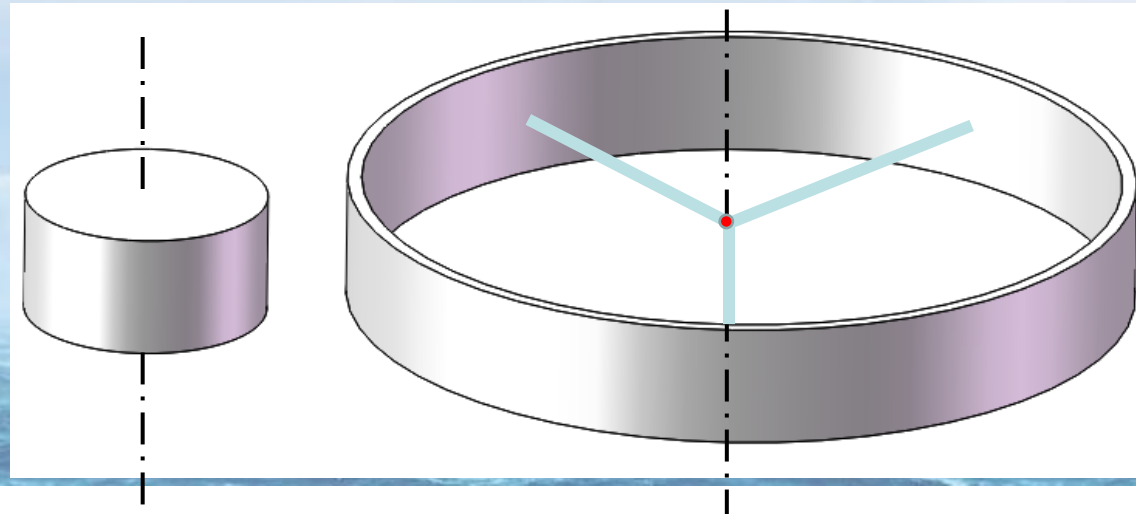
动量矩定理和定轴转动微分方程

刚体对z轴的转动惯量：

$$J_z = \sum m_i r_i^2$$

如果刚体的质量是连续分布，

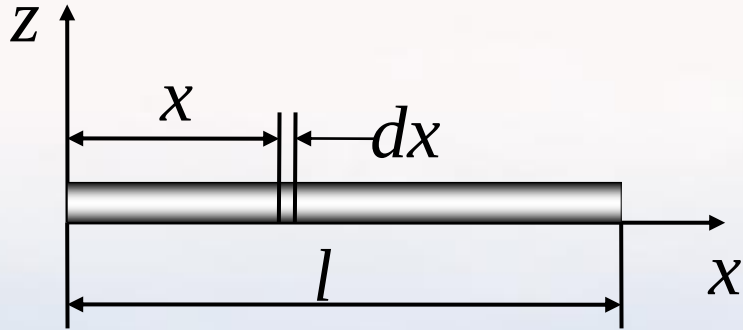
$$J_z = \int_M r^2 dm$$



动量矩定理和定轴转动微分方程

几种简单图形的转动惯量：

1、



$$J_z = \frac{Ml^2}{3}$$

设杆的质量为 M

单位长度的杆的质量为 M/l

$$dm = \frac{M}{l} dx$$

$$J_z = \int_l x^2 dm$$

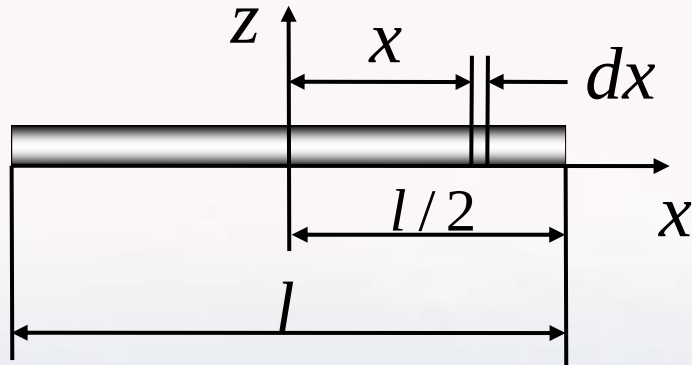
$$= \int_0^l x^2 \frac{M}{l} dx$$

$$= \frac{Ml^2}{3}$$



动量矩定理和定轴转动微分方程

2、



设杆的质量为 M

单位长度的杆的质量为 M/l

$$dm = \frac{l}{M} dx$$

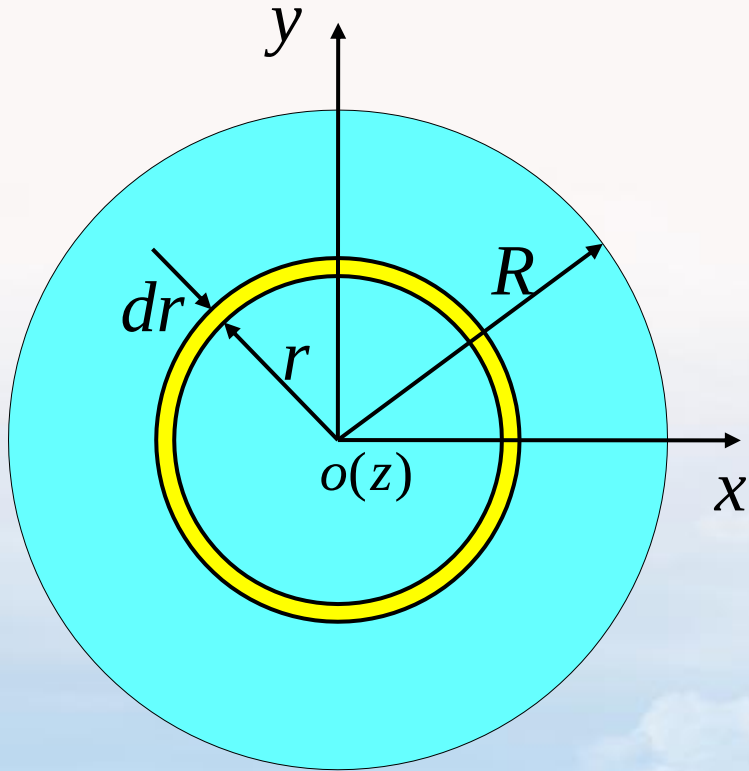
$$\begin{aligned} J_z &= \int_l x^2 dm \\ &= \int_{-l/2}^{l/2} x^2 \frac{M}{l} dx \\ &= \frac{Ml^2}{12} \end{aligned}$$

$$J_z = \frac{Ml^2}{12}$$



动量矩定理和定轴转动微分方程

3、



圆盘的质量为M

圆盘单位面积的质量为 $M / \pi R^2$

$$dm = \frac{M}{\pi R^2} dS$$

$$= \frac{M}{\pi R^2} \cdot 2\pi r \cdot dr$$

$$J_z = \int_m r^2 dm = \int_0^R r^2 \cdot \frac{M}{\pi R^2} \cdot 2\pi r \cdot dr$$
$$= \frac{MR^2}{2}$$

$$J_z = \frac{MR^2}{2}$$

