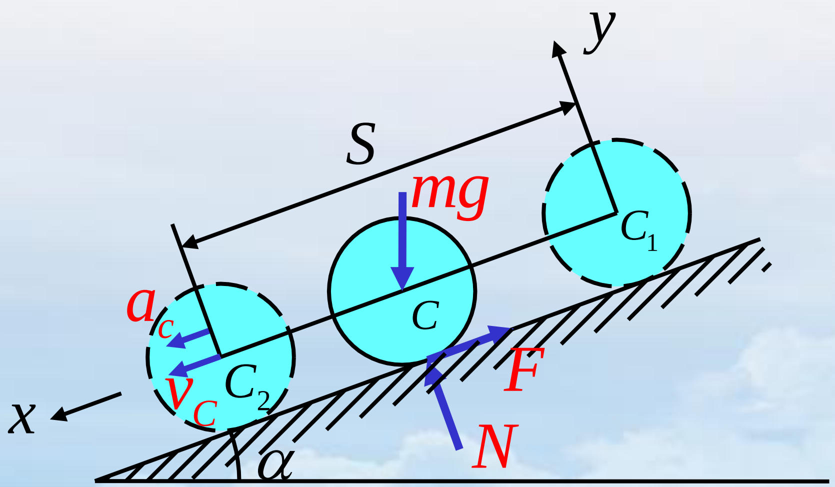
例 题 一

动 能 定 理

一滚子为均质圆柱，其质量为m，半径为R，在重力作用下，沿倾角为α 的斜面作无滑动滚动，滚动摩擦不计。试求：当滚子中心由静止开始，沿斜面下降距离为s时，滚子的速度、加速度、斜面对滚子的法向反力及摩擦力。



解：以滚子为研究对象

1.运动分析，求动能

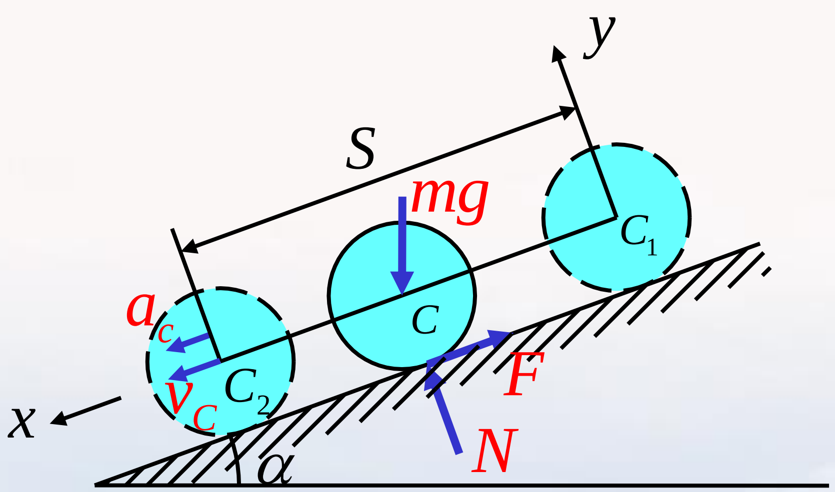
滚子在位置1时，

$$T_1 = 0$$

滚子在位置2时，

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2$$

动 能 定 理



$$T_2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2$$

$$\omega = \frac{v_c}{R}$$

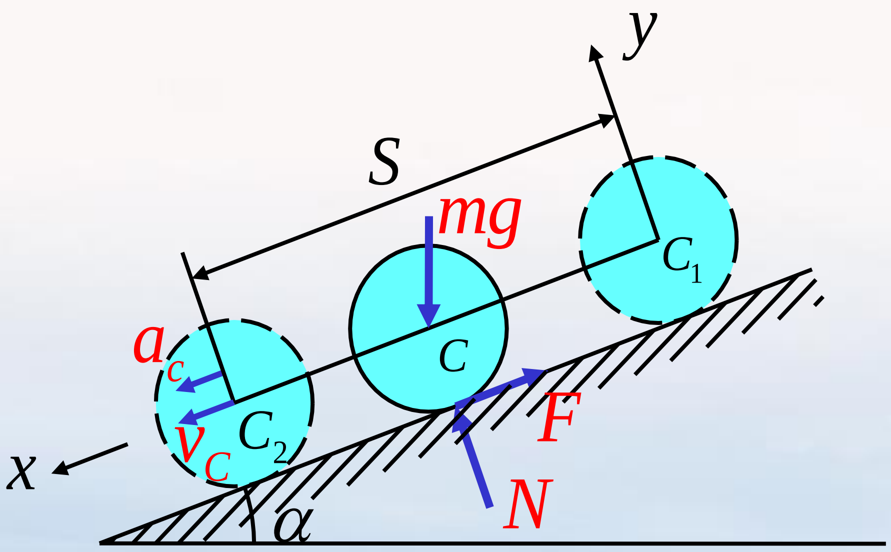
$$J_c = \frac{1}{2} m R^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m R^2\right)\left(\frac{v_c}{R}\right)^2$$

$$= \frac{3}{4} m v_c^2$$

$$\boxed{T_2 = \frac{3}{4} m v_c^2}$$

动 能 定 理



2. 受力分析，计算力的功

N与F都不作功，只有重力mg作功：

$$\sum W = mg \cdot S\sin\alpha$$

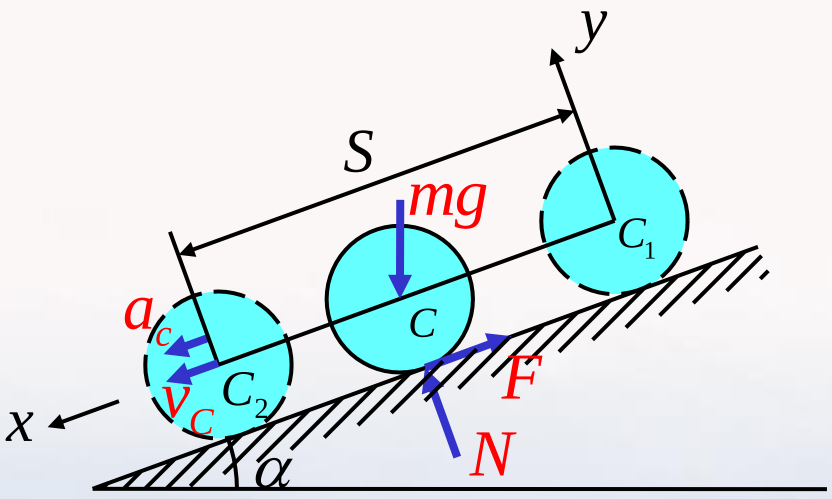
3. 由动能定理，得：

$$T_2 - T_1 = \sum W$$

$$\frac{3}{4}mv_c^2 = mg \cdot S\sin\alpha$$

$$v_c = \sqrt{\frac{4}{3}gs \cdot \sin\alpha}$$

动 能 定 理



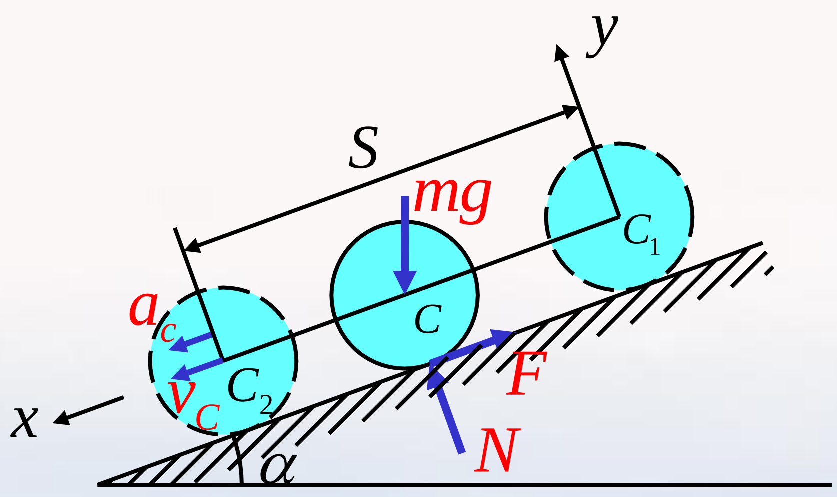
$$v_c = \sqrt{\frac{4}{3} gs \cdot \sin\alpha}$$

$$v_c^2 = \frac{4}{3} gs \cdot \sin\alpha$$

$$2\cancel{v_c} \underbrace{\frac{dv_c}{dt}}_{a_c} = \frac{4}{3} g \cdot \sin\alpha \cdot \underbrace{\cancel{\frac{ds}{dt}}}_{v_c}$$

$$a_c = \frac{2}{3} g \sin\alpha$$

动 能 定 理



如图所示建立直角坐标系c_1xy，

$$a_{cx} = a_c$$

$$a_{cy} = 0$$

根据质心运动定理，

$$\begin{cases} ma_{cx} = \sum X^{(e)}, ma_c = mg\sin\alpha - F \\ ma_{cy} = \sum Y^{(e)}, 0 = N - mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$F = \frac{1}{3}mg\sin\alpha$$

$$N = mg\cos\alpha$$